



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)
Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional.

DESARROLLO DE LOS CONTENIDOS DE RESISTENCIA DE
MATERIALES

ADRIANO SUESCA
Coordinador de Soldadura
JAIRO EMILIO NIÑO OCHOA
Instructor Soldadura

SERVICIO NACIONAL DE APRENDIZAJE "SENA"
CENTRO DE METALURGIA
SANTAFE DE BOGOTA, 26 DE FEBRERO DE 1999

CONTENIDO

1. OBJETIVOS	7
2. METODOLOGIA	7
3. EVALUACION	7
4. RECURSOS	8
5. BIBLIOGRAFIA	8
6. CONTENIDOS PROGRAMATICOS	8
6.1 FUNDAMENTOS BASICOS DE RESISTENCIA DE MATERIALES	8
6.1.1 ANALISIS DE FUERZAS INTERNAS	8
6.1.2 ESFUERZO	10
6.1.3 RELACIONES ENTRE MASA, FUERZA Y PESO	12
6.1.4 DIFERENCIAS ENTRE MECANICA DE CUERPOS RIGIDOS Y LA RESISTENCIA DE MATERIALES	12
6.1.5 SITUACION DE LA RESISTENCIA DE MATERIALES EN LA MECANICA	13
6.2 TENSION DE TRACCION (ESFUERZO DE TENSION) - CALCULO ANALITICO	13
6.2.1 PROBLEMAS ILUSTRATIVOS	14
6.3 TENSION DE COMPRESION (ESFUERZO DE COMPRESION) - CALCULO ANALITICO	16
6.3.1 PROBLEMAS ILUSTRATIVOS	17
6.4 DEFORMACION AXIAL - CALCULO ANALITICO	19
6.4.1 PROBLEMAS ILUSTRATIVOS	20
6.5 TENSION DE CIZALLAMIENTO (ESFUERZO CORTANTE) - CALCULO ANALITICO	22
6.5.1 PROBLEMAS ILUSTRATIVOS	24
6.6 CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DE LAS SECCIONES	25
6.6.1 MEDIDAS BASICAS PREFERIDAS	25

6.6.2 CUERDAS DE TORNILLOS AMERICAN STANDARD	26
6.6.3 CUERDAS DE TORNILLO METRICAS	26
6.6.4 VIGAS ESTANDAR DE MADERA	27
6.6.5 PERFILES ESTRUCTURALES DE ACERO	27
6.6.6 ANGULOS DE ACERO (PERFILES L)	27
6.6.7 CANALES AMERICAN STANDARD (PERFILES C)	28
6.6.8 PERFILES DE PATIN ANCHO (PERFILES W)	30
6.6.9 VIGAS AMERICAN STANDARD (PERFILES S)	30
6.6.10 TUBERIA ESTRUCTURAL (CUADRADA Y RECTANGULAR)	31
6.6.11 TUBOS	31
6.7 ESFUERZO DE TORSION - CALCULO ANALITICO	32
6.7.1.1 POTENCIA	34
6.7.1.2 PROBLEMA DE APLICACION	35
6.7.2 ESFUERZO CORTANTE TORSIONAL EN ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE SECCION TRANSVERSAL CIRCULAR	35
6.7.2.1 PROBLEMAS DE APLICACION	38
6.8 ESFUERZO DE FLEXION - CALCULO ANALITICO	39
6.8.1 FORMULA DE FLEXION	39
6.8.1.1 PROBLEMA DE APLICACION	42
6.8.2 CONDICIONES PARA EL USO DE LA FORMULA DE FLEXION	43
6.8.3 DISTRIBUCION DEL ESFUERZO EN LA SECCION TRANSVERSAL DE UNA VIGA	44
6.9 ESFUERZOS COMPUESTOS	46
6.9.1 ELEMENTO SOMETIDO A ESFUERZO	46
6.9.2 DISTRIBUCION DEL ESFUERZO CREADA POR ESFUERZOS BASICOS	48
6.9.3 CREACION DEL ELEMENTO SOMETIDO A ESFUERZO INICIAL	51
6.10 ESTRUCTURAS (ARMADURAS)	58
6.10.1 METODO DE CALCULO PARA LAS CARGAS	59

6.10.1.1 METODO CARTESIANO - DE LOS NODOS	59
6.10.1.1.1 PROBLEMAS DE APLICACION	60
6.10.1.2 METODO DE LOS MOMENTOS - METODO DE LAS SECCIONES	63
6.10.1.2.1 PROBLEMA DE APLICACION	63
6.10.1.3 METODO GRAFOSTATICO - METODO DE LOS MIEMBROS	66
6.10.1.3.1 PROBLEMA DE APLICACION	67
6.10.2 SELECCION DE LOS PERFILES EN ARMADURAS	70
6.10.2.1 BARRAS A TRACCION	71
6.10.2.2 BARRAS A COMPRESION	73
6.10.2.2.1 DISEÑO DE ELEMENTOS SOLICITADOS POR CARGAS DE COMPRESION -	
METODO OMEGA	73
ANEXO	

INTRODUCCION

La resistencia de materiales ocupa una posición única en la mecánica, dado su carácter fundamental en muchos campos de estudio.

Las teorías de resistencia de materiales tienen como objetivo establecer los criterios que nos permitan determinar el material más conveniente, la forma y las dimensiones más adecuadas que hay que dar a los

elementos de una construcción y de una máquina para que puedan resistir la acción de fuerzas exteriores que los solicitan, así como para obtener este resultado de la forma más económica posible.

SERVICIO NACIONAL DE APRENDIZAJE		SECTOR	2
	208	INDUSTRIA	
FAMILIA OCUPACIONAL:	METALMECANICA		
ESPECIALIDAD:	SOLDADURA		20804
PROGRAMA:	TECNICO PROFESIONALIDAD EN SOLDADURA		2080402
ASIGNATURA:	RESISTENCIA DE MATERIALES		208041914
REQUISITOS:	208041725, 208041726, 208041826		
TRIMESTRE:	V		
HORAS SEMANALES:	6		
HORAS TOTALES:	66		

1. OBJETIVOS

A) GENERAL

Proporcionar al estudiante los conocimientos necesarios para encontrar las relaciones existentes entre las cargas aplicadas a los diferentes materiales y el comportamiento de estos durante la aplicación de dichas cargas.

B) OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Conocer y aplicar los conceptos básicos de Resistencia de Materiales.
- Realizar el cálculo analítico para los ensayos de tracción, compresión y corte.
- Determinar las características geométricas de las secciones.
- Determinar mediante el cálculo analítico los esfuerzos de flexión, torsión y tensiones compuestas.
- Determinar las cargas en una armadura utilizando el método cartesianno o de los momentos o grafostáticos.
- Seleccionar perfiles de armadura teniendo en cuenta el concepto de barras a tracción y barras a compresión.

2. METODOLOGIA

- Se desarrollaran los temas con exposiciones teóricas por parte del profesor, haciendo énfasis en la resolución de ejercicios donde se apliquen las fórmulas para el cálculo analítico de los esfuerzos, cargas y así como también las respectivas deformaciones.
- Se dejarán ejercicios propuestos que el estudiante investigará, desarrollará y luego se discutirán en las sesiones de clase.

3. EVALUACION

Se realizarán tres (3) evaluaciones parcial cada una con un valor del 20%, trabajos presentados de ejercicios resueltos por el alumno 20% y un examen final con un valor del 20% y un examen final con un valor del 20%.

SERVICIO NACIONAL DE APRENDIZAJE		SECTOR	2
	208	INDUSTRIA	
ASIGNATURA:	RESISTENCIA DE MATERIALES		208041914

4. RECURSOS

Tablero o papelógrafo, retroproyector de acetatos, etc,

5. BIBLIOGRAFIA

- BEER and JOHNSTON, Mecánica de Materiales. Mc. Graw Hill.
- SINGER F. Resistencia de Materiales. Harla.
- NASH, WILLIAM A. Resistencia de Materiales. Mc. Graw Hill.
- Resistencia de Materiales para Técnicos y Tecnólogos. Ingeniero Luis Carlos Fábregas, SENA Centro Colombo Alemán, Barranquilla.

6. CONTENIDOS PROGRAMATICOS

6.1 FUNDAMENTOS BASICOS DE RESISTENCIA DE MATERIALES

6.1.1 ANALISIS DE FUERZAS INTERNAS

Consideremos un sólido de forma cualquiera (Figura 1.) en el que actúa una serie de fuerzas. En mecánica, se determinaría la resultante de las fuerzas aplicadas para averiguar si el sólido se encuentra o no en equilibrio. Si la resultante es nula existe equilibrio estático, condición que, en general, ha de existir en las estructuras. Si la resultante no es nula, introduciendo en el sistema exterior las fuerzas de inercia correspondientes, se obtiene el equilibrio dinámico.

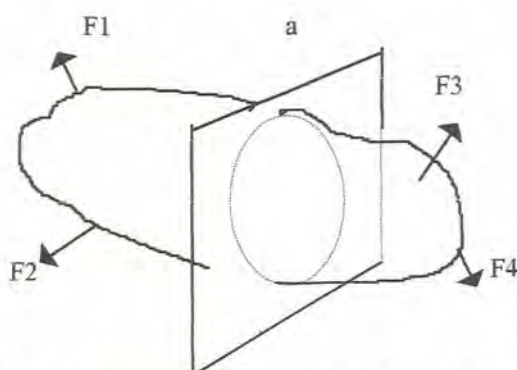


Figura 1. Sección de exploración a-a a través de un sólido sometido a la acción de varias fuerzas

La resistencia de materiales estudia la distribución interna de esfuerzos que produce un sistema de fuerzas exteriores aplicadas.

Para ello, se suele hacer un corte ideal en el sólido por una sección de exploración, buscando que fuerzas deben actuar en esta sección para mantener el equilibrio de cuerpo libre en cada una de las dos partes en que ha dividido el cuerpo.

En general el sistema de fuerzas internas equivale a una fuerza y un par resultantes que, por conveniencia, se descomponen según la normal y la tangente a la sección, como se muestra en la Figura 2.

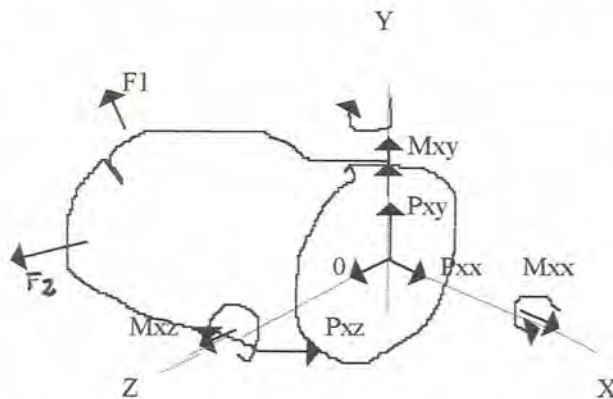


Figura 2. Componentes de los efectos internos en la sección de exploración a-a.

El origen del sistema de ejes coordenados se considera siempre en el centroide, que es el punto de referencia de la sección. La notación empleada en la figura 2 identifica tanto la sección de exploración como la dirección de las componentes de la fuerza y del momento. El primer subíndice indica la cara sobre la que actúan las componentes, y el segundo la dirección de cada una de ellas. Por tanto, P_{xy} es la fuerza que actúa sobre la cara X en la dirección Y.

Cada componente representa un efecto distinto de las fuerzas aplicadas sobre el sólido, en esta sección, y recibe un nombre especial, que se indica a continuación:

P_{xx} Fuerza axial. Este componente corresponde a la acción de tirar (o de empujar) sobre la sección. Fuerzas de Tracción o compresión. Se representa generalmente por P.

P_{xy} P_{xz} Fuerzas cortantes. Son componentes de la resistencia total al deslizamiento de la porción de sólido a un lado de la sección de exploración respecto de la otra porción. La fuerza cortante total se suele representar por V y sus componentes, V_1 y V_2 , determinan su dirección.

M_{xx} Momento torsionante. Esta componente mide la resistencia a la torsión del sólido considerado, y se suele representar por T .

M_{xy} M_{xz} Momentos flexionantes. Estas componentes miden la resistencia del cuerpo a curvarse a flexionarse respecto de los ejes Z o Y , y se suelen expresar simplemente por M_z y M_y , respectivamente.

De lo anterior, se deduce que el efecto interno de un sistema de fuerzas exterior dado, depende de la elección y orientación de la sección de exploración.

6.1.2 ESFUERZO

El objetivo de cualquier análisis de resistencia es establecer la seguridad. Lograr esto requiere que el esfuerzo que se produzca en el material del miembro que se analiza esté por debajo de un cierto nivel de seguridad.

Esfuerzo es la resistencia interna que ofrece un área unitaria del material del que está hecho un miembro para una carga aplicada externa.

Debemos determinar la magnitud de fuerza que se ejerce sobre cada área unitaria del material. El concepto de esfuerzo puede expresarse matemáticamente como:

$$\text{Esfuerzo} = \frac{\text{Fuerza}}{\text{área}} = \frac{F}{A}$$

En el sistema de unidades anglosajonas, la unidad típica de fuerza es la libra y la unidad de superficie más conveniente es la pulgada cuadrada. Por consiguiente el esfuerzo se indica en Lbs/plg^2 , que se abrevia Psi.

En el sistema de unidades del SI, la unidad convencional para el esfuerzo es dada en N/m^2 , la cual recibe el nombre de pascal (Pa).

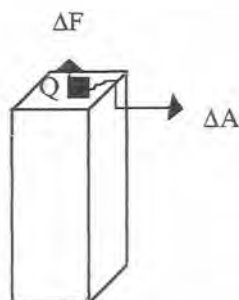
En algunos casos como el del esfuerzo normal directo, la fuerza aplicada se reparte uniformemente en la totalidad de la sección transversal del miembro. En estos casos, el esfuerzo puede calcularse con la simple división de la fuerza total por el área de la parte que resiste la fuerza. Entonces, el nivel del esfuerzo será el mismo en un punto cualquiera de una sección transversal cualquiera. A esta situación se denomina estado de esfuerzo simple.

En otros casos, tal como en el caso del esfuerzo debido a flexión, el esfuerzo variará en los distintos lugares de la misma sección transversal. Entonces, es esencial que se considere el nivel de esfuerzo en un punto. Por lo general, el objetivo es determinar en que punto ocurre el esfuerzo máximo, y cual es su magnitud.

Para definir el esfuerzo en un punto dado Q de la sección, debemos considerar una pequeña área ΔA , dividiendo la magnitud ΔF por ΔA , obtenemos el valor promedio del esfuerzo en ΔA . Si ΔA tiende a cero, obtenemos.

$$\text{Esfuerzo} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

$$\text{Esfuerzo} = \frac{dF}{dA}$$



Una distribución uniforme de esfuerzos solo puede existir si la resultante de las fuerzas aplicadas pasa por el centroide de la sección considerada. Este tipo de carga se conoce como carga axial centrada y supondremos que se produce en todos los elementos sujetos a 2 fuerzas que encontramos en cerchas, y en estructuras conectadas por articulaciones.

6.1.3 RELACIONES ENTRE MASA, FUERZA Y PESO

La fuerza y la masa son magnitudes separadas y distintas. El peso es una clase especial de fuerza.

La masa se refiere a la cantidad de sustancia que hay en un cuerpo.

La fuerza es la acción de empujar o jalar que se ejerce sobre un cuerpo, ya sea por una fuente externa, o por la gravedad.

El peso es la fuerza de la atracción gravitacional sobre un cuerpo. La masa, la fuerza y el peso, se relacionan por la ley de Newton:

$$\text{Fuerza} = \text{masa} \times \text{aceleración}$$

$$F = m \times a.$$

Cuando se involucra la atracción de la gravedad en el cálculo del peso de una masa, a toma el valor de g , la aceleración debida a la gravedad. Entonces, utilizando W para peso,

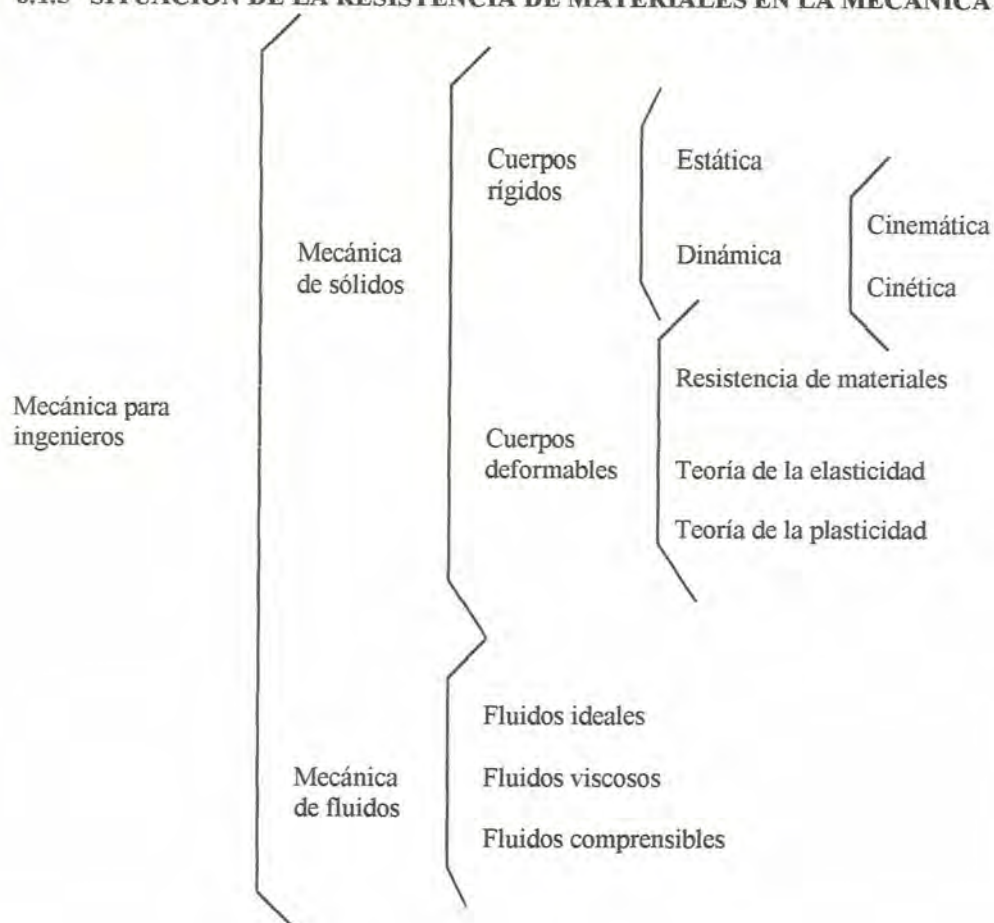
$$W = m \times g$$

6.1.4 DIFERENCIAS ENTRE MECANICA DE CUERPOS RIGIDOS Y LA RESISTENCIA DE MATERIALES

Las diferencias entre la mecánica de los cuerpos rígidos y la resistencia de materiales se pueden poner de manifiesto con el siguiente ejemplo:

La determinación de la fuerza que se requiere en el extremo de una palanca para levantar un peso dado es un simple problema de estática, la suma de momentos respecto del punto de apoyo determina el valor de P . Esta solución de la estática supone que la palanca es lo bastante rígida y lo suficientemente fuerte para permitir su funcionamiento. Sin embargo, en resistencia de materiales se amplía la solución. Es necesario estudiar la barra en sí misma, para estar seguros de que ni se romperá ni será tan flexible que se doble sin levantar la carga.

6.1.5 SITUACION DE LA RESISTENCIA DE MATERIALES EN LA MECANICA

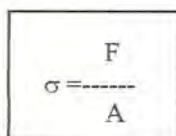


6.2 TENSION DE TRACCION (ESFUERZO DE TENSION) - CALCULO ANALITICO

Uno de los tipos fundamentales de esfuerzo es el esfuerzo normal de tensión denotado por la letra griega minúscula σ (sigma), en donde el esfuerzo actúa de manera perpendicular, o normal, a la sección transversal del miembro de carga. Si el esfuerzo es también uniforme sobre el área de resistencia, el esfuerzo se conoce como esfuerzo normal directo.

Un esfuerzo de tensión es aquel que tiende a estirar al miembro y romper el material.

$$\text{Esfuerzo de Tensión} = \frac{\text{Fuerza de Tensión}}{\text{área}}$$



σ : esfuerzo de tensión directo.

6.2.1 PROBLEMAS ILUSTRATIVOS

Ejemplo 1. Calcule el esfuerzo en una barra redonda sujeta a una fuerza de tensión directa de 3200 N si su diámetro es de 10mm.

SOLUCION:

Datos: $F = 3200 \text{ N}$

Diámetro de la barra = $10\text{mm} = \phi$

Resultados:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \therefore \text{el área del círculo} = \pi r^2 = \frac{\pi \phi^2}{4}$$

$$\sigma = \frac{3200 \text{ N}}{\frac{\pi \phi^2}{4}} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \frac{3200 \text{ N}}{\frac{\pi (10)^2 \text{mm}^2}{4}}$$

$$\sigma = 40.74 \text{ Mpa} \quad \text{Resp.}$$

Ejemplo 2. Un eslabón de una máquina empacadora automática se somete a una fuerza de tensión de 860 Lb. Si el eslabón es cuadrado de 0.40 plg de lado, calcule el esfuerzo sobre el eslabón.

Solución:

Datos: $F = 860 \text{ Lbs.}$

Eslabón cuadrado de 0.40 plg de lado

$\sigma = ?$

Resultados:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \therefore \text{Area del cuadrado} = l \times l$$

$$\sigma = \frac{860 \text{ lbs}}{(0.4 \times 0.4) \text{ plg}^2}$$

$$\sigma = 5.375 \frac{\text{lbs}}{\text{plg}^2} \text{ Resp.}$$

Ejemplo 3. Se diseña una repisa para sostener cajones con una masa total de 1840 Kg. Dos varillas similares a las de la figura 3 sostienen la repisa. Cada varilla tiene un diámetro de 12mm. Suponga que el centro de gravedad de los cajones está en el centro de la repisa. Calcule el esfuerzo en las varillas.

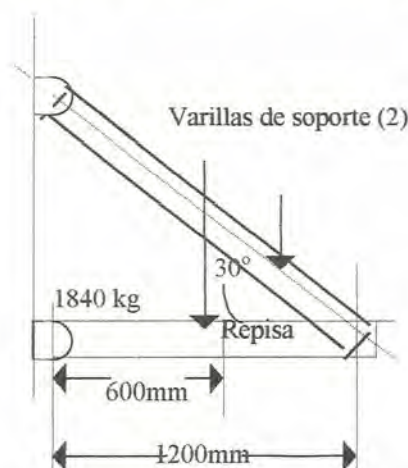


Figura 3. Soporte de repisa del problema

Solución:

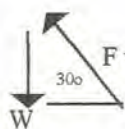
Datos: masa de los cajones = 1840 Kg.
Diámetro de varillas = 12 mm

Resultados:

Peso = masa x gravedad

$W = m \times g$

$W = 1840 \text{ Kg} \times 9.81 \frac{\text{m}}{\text{sg}^2}$



$W = 18.050 \text{ N}$

Por ley de los senos

$$\frac{W}{\text{sen } 30^\circ} = \frac{F_v}{\text{sen } 90^\circ}$$

$$F_v = \frac{W \times \text{sen } 90^\circ}{\text{sen } 30^\circ}$$

$$F_v = \frac{18.050 \text{ N} \times \sin 90^\circ}{\sin 30^\circ}$$

$$F_v = 36.101 \text{ N}$$

$$\sigma_v = \frac{F_v}{2A_v}$$

$$\sigma_v = \frac{36.101 \text{ N}}{\frac{2(\pi \phi^2)}{4}}$$

$$\sigma_v = \frac{36.101 \text{ N}}{\frac{2(\pi (12)^2)}{4} \text{ mm}^2}$$

$$\sigma_v = 159 \text{ Mpa}$$

6.3 TENSION DE COMPRESION (ESFUERZO DE COMPRESION) - CALCULO ANALITICO

Un esfuerzo de compresión es aquel que tiende a aplastar el material del miembro de carga, y a acortar el miembro en sí.

El esfuerzo máximo de tensión o compresión tiene lugar en una sección perpendicular a la carga.

Matemáticamente se expresa como

$$\text{Esfuerzo de compresión} = \frac{\text{Fuerza de compresión}}{\text{Area}}$$

$$\sigma_v = \frac{F}{A} \quad \sigma: \text{esfuerzo de compresión directo}$$

6.3.1 PROBLEMAS ILUSTRATIVOS

Ejemplo 1. La figura 4. muestra un pedestal de soporte diseñado para resistir cargas. Calcule el esfuerzo de la parte superior del cuadrado del pedestal para una carga de 27.500 lb. La línea de acción de la carga que se aplicó está centrada, y la carga se aplica a través de una placa gruesa que distribuye las fuerza a toda la sección transversal del pedestal.

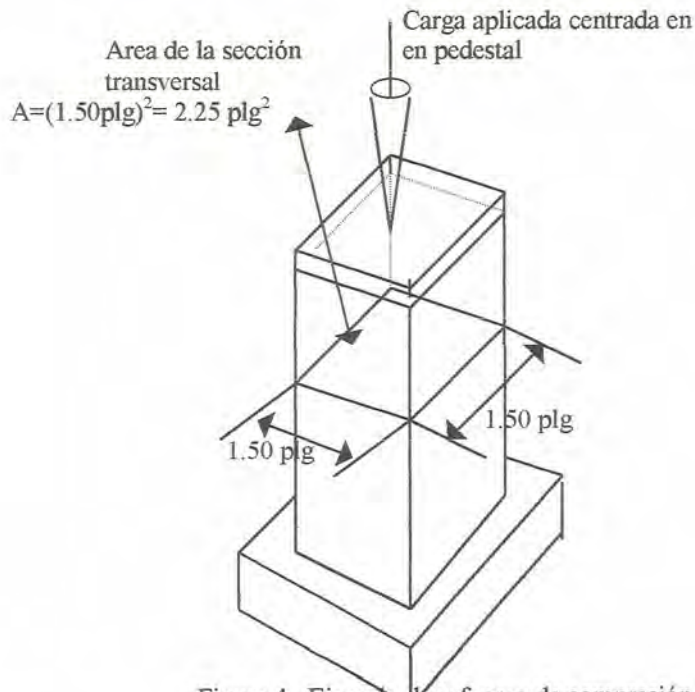


Figura 4. Ejemplo de esfuerzo de compresión directo

Solución:

Datos: $F = 27.500 \text{ lbs}$
sección cuadrado de $L = 1.5 \text{ plg}$.

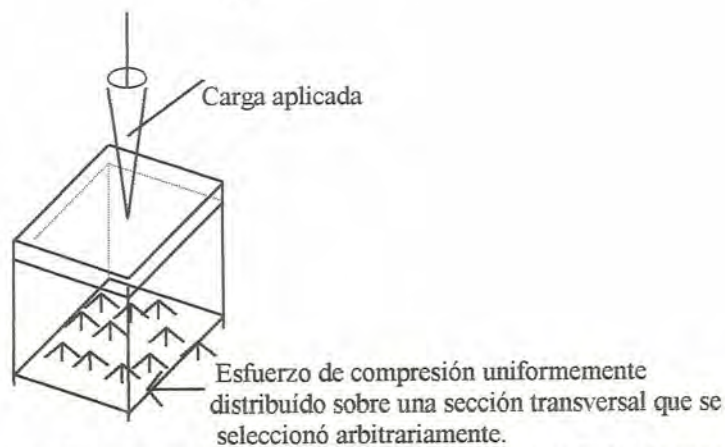


Figura 5. Esfuerzo de compresión sobre una sección transversal arbitraria del eje pedestal de soporte

Resultados:

$$\text{Esfuerzo de compresión} = \sigma = \frac{\text{Fuerza}}{\text{Area}}$$

$$\sigma = \frac{27.500 \text{ Lbs}}{(1.5)^2 \text{ plg}^2}$$

$\sigma = 12.222 \frac{\text{Lbs}}{\text{plg}^2}$. Este nivel de esfuerzo estaría presente en cualquier sección transversal del eje cuadrado, entre sus extremos.

Ejemplo 2. Un tubo de acero se encuentra rígidamente sujeto por un perno de aluminio y por otro de bronce, tal como se muestra en la figura 6. Las cargas axiales se aplican en los puntos indicados.

Calcule el máximo valor de P que no exceda un esfuerzo de 80 Mpa en el aluminio; de 150 Mpa en el acero; o de 100 Mpa en el bronce.

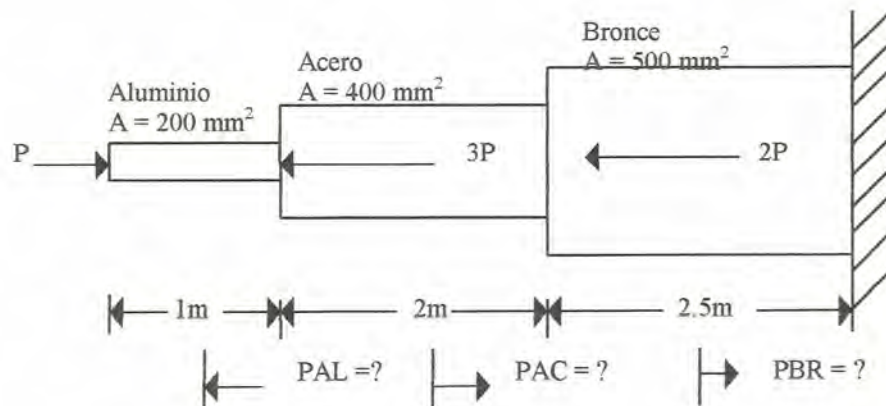


Figura 6.

Solución:

Datos: $\sigma_{AL} \leq 80 \text{ M Pa}$ Aluminio
 $\sigma_{AC} \leq 150 \text{ M Pa}$ Acero
 $\sigma_{Br} \leq 100 \text{ M Pa}$ Bronce

Resultados:

$$\sigma_{AL} = \frac{P_{al}}{A_{al}} \quad \sigma_{AC} = \frac{P_{ac}}{A_{ac}} \quad \sigma_{Br} = \frac{P_{Br}}{A_{Br}}$$

Las incógnitas son las cargas P_{Al} , P_{Ac} , y P_{Br} . Para solucionarlos, hago un diagrama de cuerpo libre en la parte inferior del dibujo.

Haciendo sumatoria de fuerzas en el eje x tenemos:

$$\leftarrow + \quad F_x = 0$$

$$- P_{Br} + 2P + 3P - P = 0$$

$$P_{Br} = 4P$$

$$- P_{Ac} + 3P - P = 0$$

$$P_{Ac} = 2P$$

$$P_{Al} - P = 0$$

$$P_{Al} = P$$

$$P_{Br} = \sigma_{Br} \times A_{Br}$$

$$P_{Br} = \frac{100 \times 10^6 \text{ N} \times 500 \text{ mm}^2 \times 1 \text{ m}^2}{\text{m}^2 \times 1000^{12} \text{ mm}^2}$$

$$P_{Br} = \sigma_{Ac} \times A_{Ac}$$

$$P_{Ac} = \frac{150 \times 10^6 \text{ N} \times 400 \text{ mm}^2 \times 1 \text{ m}^2}{\text{m}^2 \times 1000^2 \text{ mm}^2}$$

$$P_{Ac} = 60.000 \text{ N}$$

$$P_{Al} = 60 \text{ KN}$$

$$P_{Al} = \sigma_{Al} \times A_{Al}$$

$$P_{Al} = \frac{80 \times 10^6 \text{ N} \times 200 \text{ mm}^2 \times 1 \text{ m}^2}{\text{m}^2 \times 1000^2 \text{ mm}^2}$$

$$P_{Al} = 16.000 \text{ N}$$

$$P_{Al} = 16 \text{ KN}$$

6.4 DEFORMACION AXIAL - CALCULO ANALITICO

Deformación se refiere a cualquier cambio en las dimensiones de un miembro estructural de carga.

El poder calcular la magnitud de la deformación es importante en el diseño de mecanismos de precisión, máquinas-herramientas, estructuras de edificios y estructuras de máquinas.

Para deducir la relación con la que se pueda calcular la deformación en elementos sometidos a tensión o compresión axial, se tienen que revisar conceptos como la deformación unitaria E .

$$E = \frac{\delta}{L} \quad (1)$$

δ : alargamiento o deformación total

L : Longitud original en la que se ha producido la deformación.

Como el módulo de elasticidad E de un material es la relación entre el esfuerzo y la deformación, tenemos:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

$$\Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (2) \text{ igualando } (1) \text{ y } (2)$$

$$\frac{\delta}{L} = \frac{\sigma}{E}$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{\sigma L}{E} \quad \text{como el esfuerzo, } \sigma = \frac{P}{A}$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{PL}{AE}$$

∇
 Deformación Axial

P : carga aplicada
 L : Longitud original
 A : Area
 E : Módulo de elasticidad

6.4.1 PROBLEMAS ILUSTRATIVOS

Ejemplo: La figura ilustra un tubo de acero que se utiliza para soportar equipo por medio de cables como se muestra. Las fuerzas son $F_1 = 8000$ lbs y $F_2 = 2500$ lbs. Elija el tubo de acero cédula 40 de menor diámetro que limitará el esfuerzo a no más de 18000 psi. En seguida, para el tubo que se escogió, determine la deflexión total del punto c dirigida hacia abajo en la cara inferior del tubo cuando se aplican las cargas.

SOLUCION:

Datos: $F_1 = 8000$ lb.

$F_2 = 2500$ lb.

Longitud del tubo $LA-B = 4$ pies = 48 plg.

$LB-C = 3$ pies = 36 plg.

Esfuerzo máximo permisible = 18000 psi.

E acero = 30×10^6 psi

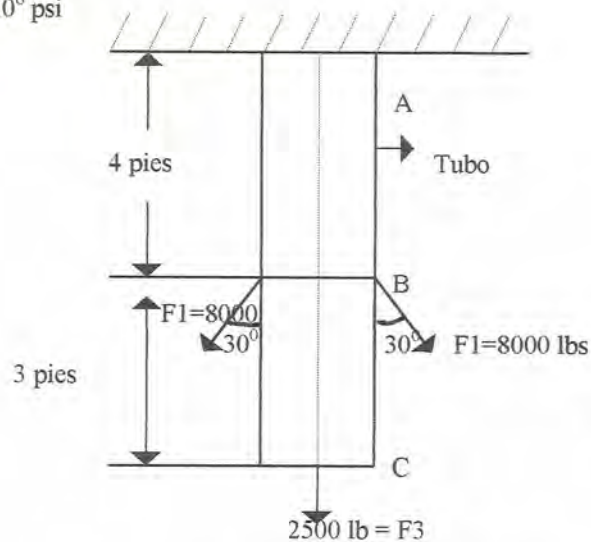


Figura 7. Tubo del problema 6.4.1.1.

Resultados:

$$\delta_c = \delta_{TOTAL} = \delta_{A-B} + \delta_{BC}$$

Cargas Axiales:

$$\begin{aligned} F_{A-B} &= F_2 + 2 F_1 \cos 30^\circ \\ &= 2500 \text{ lbs} + 2 (8000 \text{ lbs}) \cos 30^\circ \\ &= 16400 \text{ lbs.} \end{aligned}$$

$$F_{B-C} = F_2 = 2500 \text{ lbs}$$

Análisis del esfuerzo y cálculo del área de sección transversal requerida: con $\sigma = 18000$ psi; el área de la sección transversal requerida del metal en el tubo es:

$$A = \frac{F_{A-B}}{\sigma} = \frac{16.400 \text{ lbs}}{18.000 \frac{\text{lbs}}{\text{plg}^2}} = 0.911 \text{ plg}^2$$

De acuerdo con las tablas, que da las propiedades del tubo de acero, la medida estándar con el área de sección transversal siguiente mayor es el tubo cédula 40 de 2 plg y $A = 1.075 \text{ plg}^2$.

Deflexión:

$$\delta_c = \delta_{TOTAL} = \delta_{AB} + \delta_{BC}$$

$$\delta_{AB} = \left[\frac{F_{AB} L}{AE} \right]_{A-B} = \frac{16.400 \text{ lbs} \times 48 \text{ plg}}{1.075 \text{ plg}^2 \times 30 \times 10^6 \frac{\text{lbs}}{\text{plg}^2}} = 0.024 \text{ plg.}$$

$$\delta_{BC} = \left[\frac{F_{BC} L}{AE} \right]_{B-C} = \frac{2500 \text{ lbs} \times 36 \text{ plg}}{1.075 \text{ plg}^2 \times 30 \times 10^6 \frac{\text{lbs}}{\text{plg}^2}} = 0.003 \text{ plg.}$$

$$\delta_c = \delta_{A-B} + \delta_{B-C} = 0.027 \text{ plg.}$$

Entonces el tubo se desplazará 0.027 plg hacia abajo.

6.5 TENSION DE CIZALLAMIENTO (ESFUERZO CORTANTE) - CALCULO ANALITICO

El esfuerzo cortante (o de cizallamiento), a diferencia del axial (o de tensión o compresión), es producido por fuerzas que actúan paralelamente al plano que las resiste, mientras que los de tensión o de compresión lo son por fuerzas normales al plano sobre el que actúan. Por esta razón los esfuerzos de tensión o de compresión se llaman también esfuerzos normales, mientras que el esfuerzo cortante puede denominarse esfuerzo tangencial.

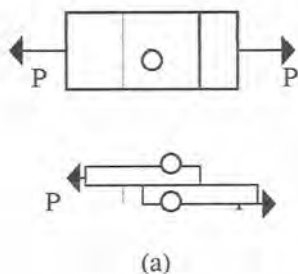
Aparecen esfuerzos cortantes siempre que las fuerzas aplicadas obliguen a que una sección del sólido tienda a deslizar sobre la sección adyacente. En la figura 8. se muestran varios ejemplos. En a) El remache resiste el corte a través de su sección central, mientras que en la articulación representada en b) el pasador lo resiste a través de dos secciones; el caso a) puede llamarse cortante simple y el b) cortante doble. En c) se ha de punzonar una placa; el área el cizallamiento o corte tiene lugar en un plano paralelo a la carga aplicada. Puede llamárseles casos de fuerza cortante directa, a diferencia de la fuerza cortante indirecta que aparece en secciones inclinadas con respecto a la resultante de las cargas.

El símbolo que se utiliza para el esfuerzo cortante es la τ (letra griega minúscula Tau). Entonces, el esfuerzo cortante directo puede calcularse a partir de:

$$\text{Esfuerzo cortante} = \tau = \frac{\text{Fuerza aplicada}}{\text{Area cortante}} = \frac{F}{A_s}$$

Igual que para el esfuerzo normal uniforme también puede existir esfuerzo cortante uniforme si la fuerza de corte resultante pasa por el centroide de la sección sometida a cortante.

En realidad, la distribución del esfuerzo cortante en una sección no es uniforme prácticamente en ningún caso y por ello la fórmula anterior debe interpretarse solamente como el esfuerzo cortante medio. Esto no restringe su empleo en modo alguno, siempre que el valor del esfuerzo cortante admisible para un material dado tenga en cuenta este hecho de que la distribución real no es uniforme. Además, cuando la distancia entre las fuerzas, que la produce sea muy pequeña, o el ancho de la sección que la soporta sea igualmente pequeña, la distribución del esfuerzo cortante tiende a ser uniforme.



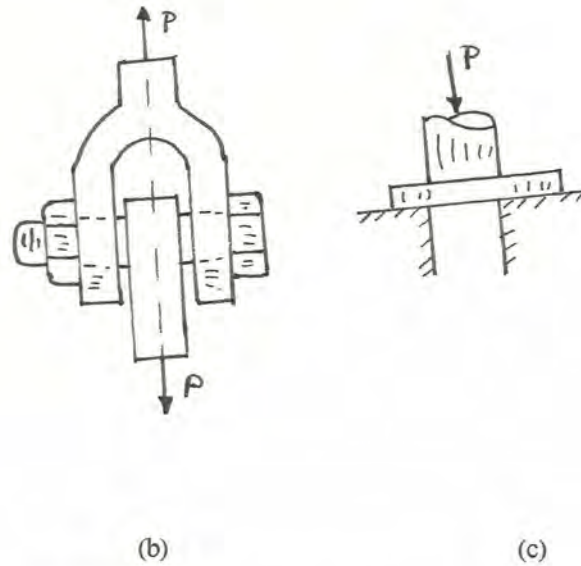


Figura 8. Ejemplos de secciones sometidas a cortante.

6.5.1 PROBLEMAS ILUSTRATIVOS

Ejemplo: La figura 9. muestra la forma de un trozo que debe extraerse de una lámina de aluminio de 5mm de espesor.

Calcule el esfuerzo, cortante en el aluminio si se aplica una fuerza de perforación de 38.6 KN.

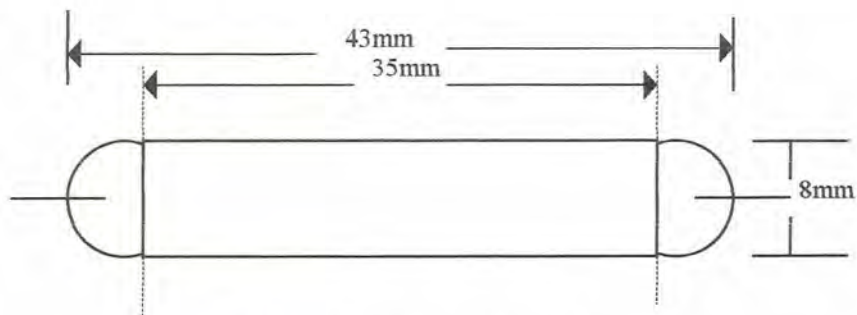


figura 9. Forma de un "bocado" para el problema.

Solución:

Datos:

Espesor de lámina = $t = 5\text{ mm}$

$\tau = ?$

Fuerza de perforación = $F = 38.6\text{ KN}$

Resultados:

$$\tau = \frac{F}{A}$$

Area cortante = perímetro x espesor

Perímetro = Perímetro del círculo + 2 (35mm)

Perímetro = $\Pi(\phi) + 2 (35\text{mm})$

Perímetro = $\Pi(8)\text{mm} + (35.2)\text{mm} = 95\text{ mm}$

Area cortante = $95\text{ mm} \times 5\text{mm} = 476\text{mm}^2$

$$\tau = \frac{38.6 \times 10^3 \text{ N} (1000 \text{ mm})^2}{476 \text{ mm}^2 \quad \text{lm}^2}$$

$$\tau = 81'149.769 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 81.1 \text{ Mpa}$$

6.6 CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DE LAS SECCIONES

Una de las responsabilidades de un diseñador es especificar las características y dimensiones finales de los miembros que soportan carga. Luego de determinar el análisis para el esfuerzo y la deformación, se conocen valores mínimos aceptables para dimensiones que asegurarán que el miembro satisfaga las condiciones de funcionamiento. Después, el diseñador típicamente especifica las dimensiones finales como valores estándar o convenientes que facilitan la compra de materiales y la fabricación de las piezas. A continuación algunos criterios para ayudar a estas decisiones.

6.6.1 MEDIDAS BASICAS PREFERIDAS

Cuando la pieza que se diseña se hace según las especificaciones del diseñador, se recomienda que las dimensiones finales se especifiquen a partir de un conjunto de medidas básicas preferidas, en fracciones

de pulgada, dimensiones de pulgadas decimales y dimensiones métricas.

6.6.2 CUERDAS DE TORNILLOS AMERICAN STANDARD

Los sujetadores roscados y elementos de máquinas con conexiones roscadas se fabrican en dimensiones estándar para asegurar la intercambiabilidad de las partes, y para permitir una fabricación conveniente con máquinas y herramientas estándar. Los tamaños menores de $\frac{1}{4}$ de pulgada están dados en números de 0 a 12, en tanto que las medidas en fracciones de pulgada se especifican para $\frac{1}{4}$ de pulgada y más grandes, esto de acuerdo a la American Standard Unified. UNC es la designación para cuerdas gruesas, y UNF para cuerdas finas. En tablas se da el diámetro mayor básico (D), el número de cuerdas por pulgada (n), y el área sometida a esfuerzo de tensión que se obtiene de:

$$A_t = 0.7854 \left[D - \frac{0.9743}{n} \right]^2$$

Cuando un miembro roscado se somete a tensión directa, se utiliza el área de esfuerzo de tensión para calcular el esfuerzo de tensión promedio.

6.6.3 CUERDAS DE TORNILLO METRICAS

En tablas las especificaciones de tornillos aparecen designaciones para cuerdas métricas estándar y son de la forma:

$$M10 \times 1.5$$

Donde M significa métrico, el número que le sigue es el diámetro mayor básico en mm, y el último número es el paso entre cuerdas adyacentes en mm. Por consiguiente, la designación anterior denota una cuerda métrica con un diámetro mayor básico de 10mm y un paso de 1.5mm. Nótese que el paso es $1/n$.

6.6.4 VIGAS ESTANDAR DE MADERA

En las especificaciones de las dimensiones y propiedades de sección para muchos tamaños estándar de vigas de madera, el tamaño nominal es simplemente el nombre de la viga, y se le relaciona con el tamaño aproximado del acabado. Las dimensiones reales acabadas son de modo significativo menores que los tamaños nominales. Por ejemplo, una tabla común “2 x 4” es en realidad de 1.5 plg de ancho y 3.5 plg de alto.

6.6.5 PERFILES ESTRUCTURALES DE ACERO

Los fabricantes de acero proporcionan una amplia variedad de perfiles estructurales estándar, que son eficientes en el uso de materiales y que son convenientes para especificaciones e instalaciones en estructuras de construcción o bastidores de máquinas. Como se muestra en la tabla 1 se incluyen los ángulos estándar (Perfiles L), canales (Perfiles C), vigas de patín ancho (Perfiles W), vigas American Standard (Perfiles S), tubería estructural y tubos. Nótese que en el lenguaje del medio las formas W y S se conocen como “vigas I” porque la forma de la sección transversal parece la letra mayúscula I.

6.6.6 ANGULOS DE ACERO (PERFILES L)

Son llamados perfiles L debido al aspecto de la sección transversal, los ángulos se utilizan como miembros a tensión de armaduras y torres, como miembros de estructuras de maquinaria, dinteles sobre ventanas y puertas en la construcción, como atiesadores de placas grandes que se refieren a estas formas como “hierros angulares”. La designación estándar adquiere la forma que se muestra a continuación, para lo que se utiliza una medida como ejemplo.


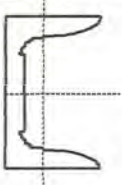

L4 x3 x1/2

donde L se refiere al perfil, 4 es la longitud de la pata más larga, 3 es la longitud de la pata más corta, y $\frac{1}{2}$ es el espesor de las patas. Las dimensiones están en pulgadas.

6.6.7 CANALES AMERICAN STANDARD (PERFILES C)

Los canales se utilizan en aplicaciones similares a las que se describieron anteriormente para ángulos. El alma y los dos patines forman un perfil generalmente más rígido que los ángulos, que son más resistentes a la torsión causada por carga,

El dibujo en la parte superior de la tabla muestra que los canales tienen patines ahusados y almas de espesor constante. La pendiente del ahusado de los patines es de aproximadamente 2 plg por cada 12 plg, y esto hace difícil unir otros miembros a los patines. Existen arandelas ahusadas especiales que facilitan la sujeción.

Nombre del perfil	Perfil	Símbolo	Ejemplo de designación
Angulo		L	L4 x3x1/2
Canal		C	C15 x 50
Viga de Patín ancho		W	W14 x 43


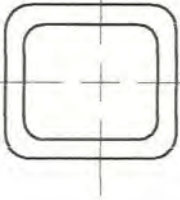
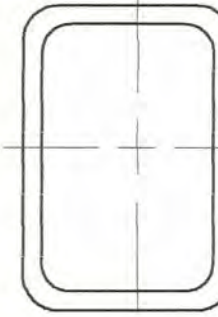
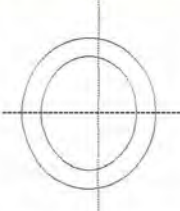
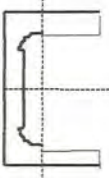

Viga american standard		S	S10 x 35
Tubería estructural-cuadrada			4 x 4 x 1/4
Tubería estructural-rectangular			6 x 4 x 1/4
Tubo			Peso estándar de 4 plg Cédula 40 de 4 plg
Canal de la Aluminum Association		C	C4 x 1.738
Viga - I de la Aluminum Association		I	18 x 6.181

TABLA 1. DESIGNACIONES PARA PERFILES DE ACERO Y ALUMINIO

La forma de la designación estándar para canales es:

C15 x50

donde C indica que es un perfil C estándar

15 es la altura nominal (y real) en pulgadas, con el alma en posición vertical

50 es el peso por unidad de longitud, expresada en lb/pies.

6.6.8 PERFILES DE PATIN ANCHO (PERFILES W)

Este es el perfil más común que se utiliza para vigas. Los perfiles W tienen almas relativamente delgadas, y patines un poco más gruesos de espesor constante.

Además, estos perfiles alcanzan su mayor eficiencia cuando se utilizan a flexión pura sin torsión, porque son sumamente flexibles a torsión. La designación estándar de los perfiles W presenta mucha información. Considérese el ejemplo,

W14 x 43

donde W indica que es un perfil W,

14 es la altura nominal en pulgadas

43 es el peso por unidad de longitud en lb/pies

El término altura es la designación estándar de la altura vertical.

6.6.9 VIGAS AMERICAN STANDARD (PERFILES S)

Gran parte de los perfiles W se aplica también a los perfiles S. Nótese que, nuevamente, el peso por pie de longitud se incluye en la designación, como el S10 x 35 que pesa 35 lb/pie. En la mayoría, aunque no en todos los perfiles S, la altura real es igual a la nominal. Los patines de los perfiles S están biselados a una pendiente e aproximadamente 2 plg por cada 12 plg, como los patines de los erfiles C.

Con frecuencia se prefieren los perfiles de patín ancho (perfiles W) a los perfiles S, por sus patines relativamente anchos, el espesor constante de los patines, y propiedades de sección generalmente más altas para un peso y altura dados.

6.6.10 TUBERIA ESTRUCTURAL (CUADRADA Y RECTANGULAR)

Estos perfiles se forman generalmente de láminas planas soldadas a lo largo. Las propiedades de sección tienen en cuenta los radios de las esquinas. La designación estándar toma la forma:

$$6 \times 4 \times 1/4$$

donde 6 es la altura del lado largo, en pulgadas

4 es el ancho del lado más corto, en pulgadas

$1/4$ es el espesor de pared, en pulgadas

Las tuberías cuadrada y rectangular son sumamente útiles en estructuras de máquinas, porque tienen buenas propiedades de sección para miembros cargados como vigas a flexión, y para cargas de torsión por su sección transversal cerrada. Las caras planas con frecuencia facilitan la sujeción de miembros entre sí o la unión de equipo a los miembros estructurales. Algunos marcos se sueldan para formar una unidad integral que funciona como un marco espacial rígido. Con tubería cuadrada puede hacerse una eficiente sección para columnas.

6.6.11 TUBOS

Las secciones circulares huecas, que por lo común se les llama tubos, son sumamente eficientes para utilizarse como vigas, miembros de torsión y columna. La colocación uniforme del material lejos del centro del tubo aumenta el momento de inercia para una cantidad dada de material, y da al tubo propiedades uniformes respecto a todos los ejes que pasan por el centro de la sección transversal. La forma cerrada de su sección transversal le da una alta resistencia y rigidez a torsión, así como a flexión.

El tubo de acero soldado sin costura American National Standard cédula 40 es el tipo de tubo que se utiliza con frecuencia para transportar agua y otros fluidos, pero funciona igualmente bien en aplicaciones estructurales, excepto para los tamaños muy grandes. El tubo de construcción con frecuencia se llama tubo de peso estándar y tiene las mismas dimensiones que el tubo de cédula 40 de $\frac{1}{2}$ plg a 10 plg. Existen otras “cédulas” y “pesos” de tubería con espesores de pared más pequeños.

Otras secciones circulares huecas comúnmente disponibles se conocen como tubería. Estas están disponibles en acero al carbón, acero inoxidable, aluminio, cobre, bronce, titanio y otros materiales.

CANALES Y VIGAS Y ESTANDAR DE LA ALUMINUM ASSOCIATION

En tablas de la Aluminum Association se dan las dimensiones y propiedades de sección de canales y vigas I desarrolladas por la Aluminum Association. Estas son de perfiles extruidos con espesor uniforme de las almas y los patines, con radios amplios donde se tocan. Las proporciones de estas secciones son ligeramente distintas de las secciones de acero laminado ya descritas. La forma extruida ofrece ventajas en el uso eficiente de materiales y en la unión de miembros..

La designación para los perfiles de aluminio son:

$$C4 \times 1.738 \text{ o } 18 \times 6.181$$

donde C o I indican la forma básica de la sección

4 u 8 indica la altura del perfil en la orientación que se muestra

1.738 o 6.181 indican el peso por unidad de longitud en lb/pie.

6.7 ESFUERZO DE TORSION - CALCULO ANALITICO

Torsión se refiere a la carga de un miembro estructural que tiende a torcerlo. La carga se llama par de torsión, momento de torsión o par. Cuando se aplica un par de torsión a un miembro estructural tal como una flecha circular, se genera esfuerzo cortante en ella y se crea una deflexión torsional, la cual produce un ángulo de torsión en un extremo de la flecha con respecto al otro.

PAR DE TORSION, POTENCIA Y VELOCIDAD DE ROTACION

Cuando se trata de calcular el esfuerzo cortante torsional y la deflexión torsional es necesario la comprensión del concepto de par de torsión y la relación entre las 3 variables críticas que intervienen en la transmisión de potencia: par de torsión, potencia y velocidad de rotación.

La figura 10 muestra una llave de cubo con extensión que se utiliza para apretar un perno. El par de torsión que se aplica tanto al perno, como a la extensión, es el producto de la fuerza aplicada y la distancia de la línea de acción de la fuerza al eje del perno.

$$\text{Par de torsión} = T = F \times d$$

Si queremos calcular la magnitud del par de torsión que se aplica al perno de la figura si se ejerce una fuerza de 50 N en un punto a 250 mm del eje del cubo.

$$T = F \times d = (50 \text{ N}) (250 \text{ mm}) \frac{1 \text{ m}}{(1000) \text{ mm}} \quad T = 12.5 \text{ Nm}$$

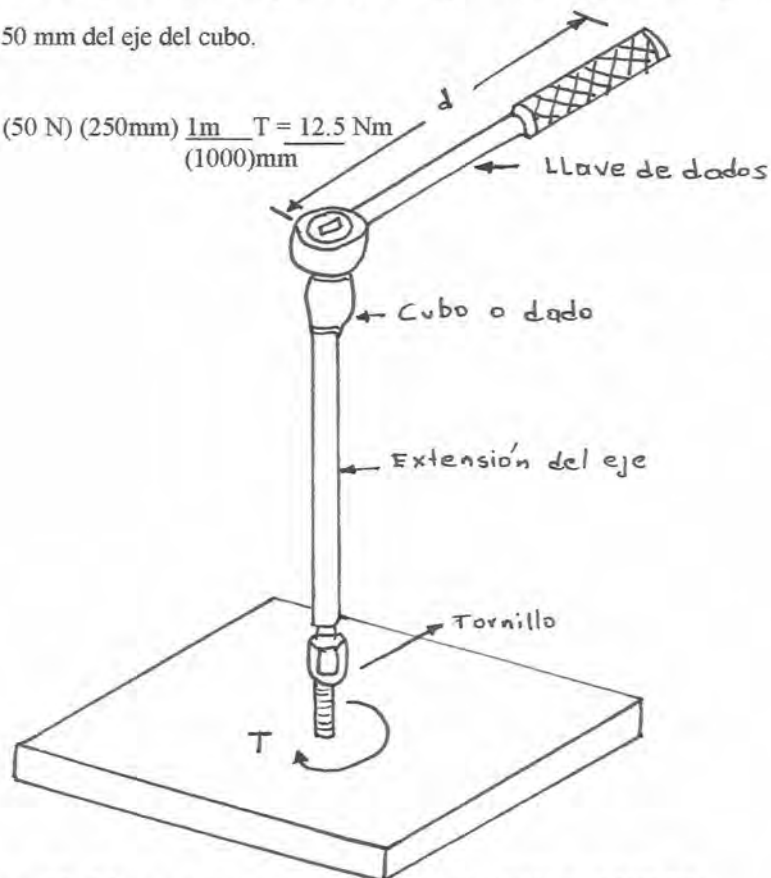


Figura 10. Llave con la que se aplica un par de torsión a un tornillo.

El par de torsión se expresa en las unidades de fuerza por distancia, las cuales son N.m en el sistema métrico y lb plg o lb pie en el sistema de medidas estadounidense.

6.7.1.1 POTENCIA

La figura 11 muestra el sistema propulsor de un bote. La potencia que se genera por el motor fluye a través de la transmisión y la flecha motriz hacia la hélice, la cual impulsa el bote hacia adelante. El cigüeñal en el interior del motor, las diversas flechas de transmisión de potencia y la flecha motriz experimentan torsión. La magnitud del par de torsión en una flecha de transmisión de potencia depende de la cantidad de potencia que soporta y de la velocidad de rotación, según la relación

Potencia = par de torsión x velocidad de rotación

$$P = T \times n$$

La potencia se define como la velocidad de transferencia de energía.

En el SI, el joule es la unidad estándar de energía y equivale a N.m (1J = 1N.m). La potencia entonces se define como

$$\text{Potencia} = \frac{\text{energía}}{\text{tiempo}} = \frac{\text{joule}}{\text{segundo}} = \frac{\text{J}}{\text{S}} = \frac{\text{N.m}}{\text{S}} = \text{Watt} = \text{W}$$

La unidad estándar de velocidad de rotación en el SI es radianes por segundo, rad/s. Con frecuencia, sin embargo, la velocidad de rotación se expresa en revoluciones por minuto, rpm.

Cuando se utiliza n en rad/s en la ecuación de potencia, el radian no se considera como unidad.

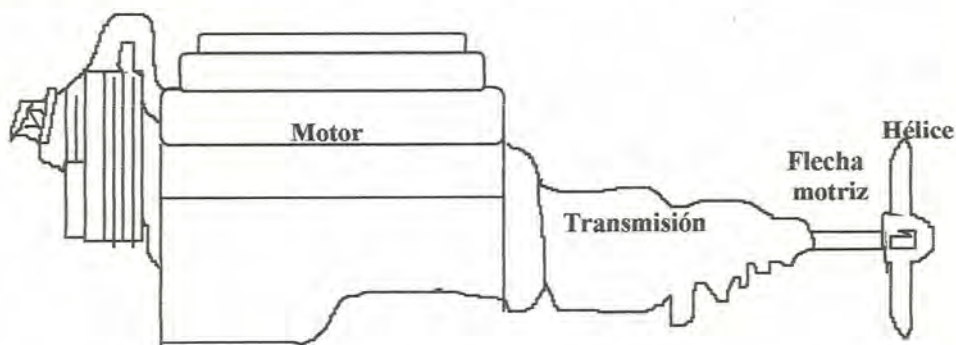


Figura 11. Sistema de transmisión de potencia de un bote

6.7.1.2 PROBLEMA DE APLICACION

La flecha motriz del bote que se ilustra en la figura 11 transmite 95 Kw de potencia cuando gira a 525 rpm. Calcule el par de torsión en la flecha.

Solución:

Datos:

$$P = 95 \text{ KW} = 95000 \text{ w} = 95000 \frac{\text{N.m}}{\text{seg}}$$

$$n = 525 \text{ rpm}$$

$$T = ?$$

Resultados:

$$P = T \times n \text{ luego } T = \frac{P}{n}$$

$$n = \frac{525 \cancel{\text{ rev}} \cancel{2\pi \text{ rad}} \cancel{1 \text{ min}}}{\cancel{\text{ min}} \cancel{1 \cancel{\text{ rev}}} \cancel{60 \text{ seg}}} = \frac{55 \cancel{\text{ rad}}}{\text{sg}}$$

$$T = \frac{P}{n} = \frac{95000 \text{ N.m}}{55 \text{ rad/s}}$$

$$T = 1728 \text{ N m} \quad \text{Rta.}$$

En unidades Estadounidenses las unidades características de par de torsión, potencia y velocidad de rotación son:

T = par de torsión (lb x plg)

n = velocidad de rotación (rpm)

P = Potencia (caballos de fuerza, hp); $1 \text{ hp} = 6600 \frac{\text{lb plg}}{\text{sg}}$

6.7.2 ESFUERZO CORTANTE TORSIONAL EN ELEMENTOS ESTRUCTURALES DE SECCION TRANSVERSAL CIRCULAR

Cuando un elemnto estructural se somete a un par de torsión externo, en el material del que está hecho el elemento estructural se desarrolla un par de torsión resistente interno, el cual es el resultado de los esfuerzos generados en el material.

La figura 12 muestra una barra circular que se sometió a un par de torsión T. La sección N gira con respecto a la sección M como se indica.

Si se aísla un elemento en la superficie de la barra, se verá que se sometió a fuerzas cortantes que actúan en las caras paralelas a las secciones transversales M y N. Estas fuerzas cortantes crean esfuerzos cortantes en el elemento. Para que el elemento sujeto esté en equilibrio, en las caras superior e inferior del elemento deben actuar esfuerzos cortantes de la misma magnitud.

La naturaleza del esfuerzo cortante torsional es la misma del esfuerzo cortante directo en el caso de un elemento infinitesimal, aunque la forma en que se produce los esfuerzos difiere.

Cuando la barra circular se somete al par de torsión externo, el material en cada una de sus secciones se deforma de tal modo que las fibras en la superficie externa experimentan la máxima deformación. En el eje central de la barra, no se produce deformación. Entre el centro y la superficie externa, existe una variación lineal de la deformación con la posición radial r . Como el esfuerzo es directamente proporcional a la deformación, se puede decir que el esfuerzo cortante máximo ocurre en la superficie externa, que existe una variación lineal del esfuerzo con la posición radial r y que en el centro ocurre un nivel de esfuerzo nulo. Esto se ilustra en la figura 13.

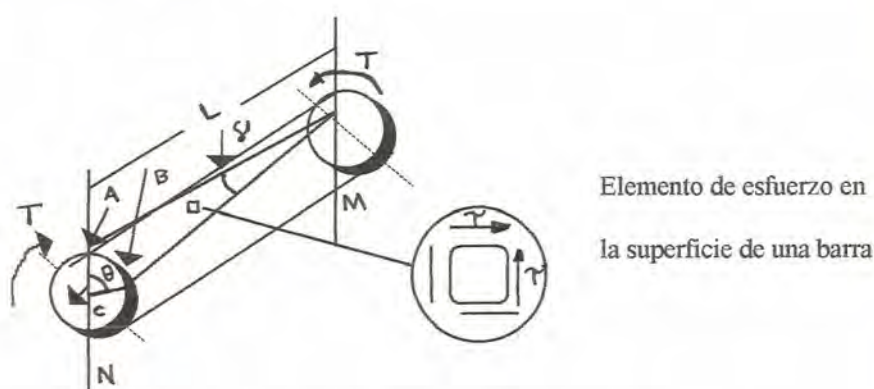


Figura 12. Esfuerzo cortante torsional en una barra circular

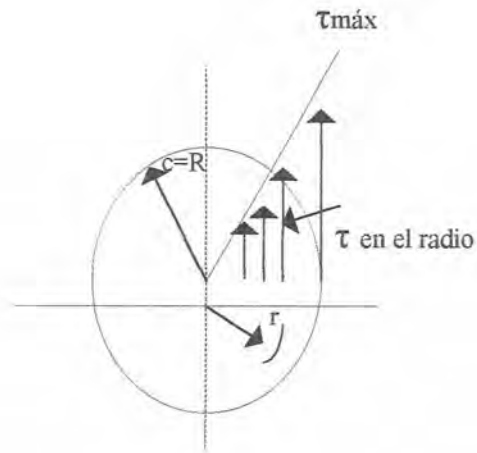


Figura 13. Distribución del esfuerzo cortante en una sección transversal de la barra.

La fórmula para el esfuerzo cortante torsional es entonces:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{Tc}{J}$$

En donde T = par de torsión aplicado en la sección de interés.

c = radio de la sección transversal

J = momento polar de inercia de la sección transversal circular.

La fórmula para J de una sección transversal sólida circular es la siguiente:

$$J = \frac{\pi D^4}{32}$$

en donde D es el diámetro de la flecha; es decir, $D = 2R$.

Por la variación lineal del esfuerzo y la deformación con la posición en la barra, el esfuerzo, τ , en cualquier posición radial, r, puede calcularse por medio de:

$$\tau = \tau_{\text{máx}} \frac{r}{c}$$

Las 3 ecuaciones anteriores se usan para calcular el esfuerzo cortante en un punto cualquiera de una barra circular sujeta a un par de torsión externo.

6.7.2.1 PROBLEMAS DE APLICACION

Ejemplo 1. Calcular el esfuerzo cortante tensional máximo en la porción media, donde el diámetro es de 9.5mm, de la extensión de la llave de cubo de la Fig 10. el par de torsión aplicado es de 10 N.m.

Solución:

Datos:

$$\text{Par de torsión} = T = 10 \text{ N.m.}$$

$$\text{Diámetro} = D = 9.5 \text{ mm}$$

Resultados:

$$J = \frac{\pi D^4}{32} = \frac{\pi (9.5 \text{ mm})^4}{32}$$

$$J = 800 \text{ mm}^4$$

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{Tc}{J} = \frac{(10 \text{ N.m}) (4.75 \text{ mm})}{800 \text{ mm}^4} \cdot \frac{1000 \text{ mm}}{1 \text{ m}}$$

$$\tau_{\text{máx}} = 59.4 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \Rightarrow 59.4 \text{ Mpa} = \tau_{\text{máx}}$$

Este nivel de esfuerzo ocurrirá en todos los puntos de la superficie de la porción circular de la extensión.

Ejemplo 2. Calcule el esfuerzo cortante torsional máxima que se desarrollará en una flecha circular sólida de 1.25 plg. de diámetro, si transmite 125 hp cuando gira a 525 rpm.

Solución:

Datos:

$$\text{Potencia} = P = 125 \text{ hp}$$

$$\text{Velocidad de rotación} = n = 525 \text{ rpm}$$

$$\text{Diámetro de la flecha} = D = 1.25 \text{ plg}$$

Resultados:

$$\tau_{\text{máx}} = \frac{T_c}{J}$$

$$T = \frac{P}{n} = \frac{125 \text{ hp} \times 6600 \text{ lbs plg} \times 60 \text{ sg} \times 1 \text{ rev}}{525 \frac{\text{rev}}{\text{min}} \times 1 \text{ hp seg.} \times 1 \text{ min.} \times 2\pi \text{ rad}}$$

$$T = 15.006 \text{ lbs} \times \text{plg.}$$

$$J = \frac{\pi D^4}{32} = \frac{\pi (1.25)^4 \text{ plg}^4}{32} = 0.24 \text{ plg}^4$$

$$\tau_{\text{máx}} = 39.078 \frac{\text{lbs}}{\text{plg}^2}$$

Este nivel de esfuerzo ocurrirá en todos los puntos de la superficie de la flecha.

6.8 ESFUERZO DE FLEXION - CALCULO ANALITICO

Cuando un elemento es sometido a pares iguales y opuestos que actúan en el mismo plano longitudinal, se dice que está sometido a flexión pura.

Las vigas son los elementos principales que están sometidos a esfuerzos flexionantes. El momento flexionante, que actúa en el interior de una viga, hace que ésta se flexione, y desarrolle esfuerzo en sus fibras. La magnitud de los esfuerzos así desarrollados depende del momento de inercia de la sección transversal.

6.8.1 FORMULA DE FLEXION

Las vigas deben diseñarse para que sean seguras. Cuando se aplican cargas perpendiculares al eje mayor de una viga, se producen momentos flexionantes en su interior, que hacen que se flexione. Si se observa una viga esbelta, la forma característicamente curva mostrada en la figura 14 es evidente. Las fibras de viga próximas a su cara superior se acortan y se ven sometidas a compresión.

Por otra parte, las fibras próximas a la cara inferior se alargan y se ven sometidas a tensión.

De la viga de la figura 14 se toma un segmento corto y en la figura 15 se ilustra el cambio de forma que sufriría por la influencia de los momentos flexionantes internos. En la parte (a) el segmento tiene su forma recta original cuando no está sometido a carga.

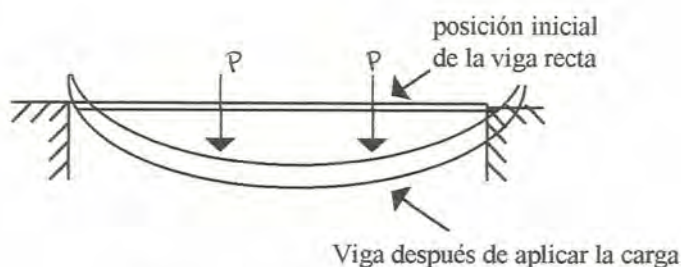


Figura 14. Ejemplo de una viga

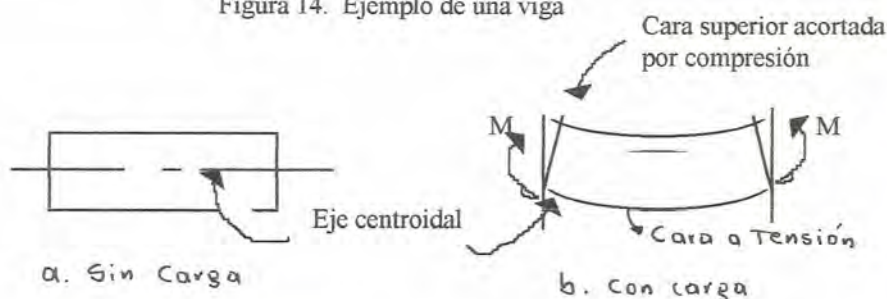


Figura 15. Influencia del momento flexionante en un segmento de viga

La parte (b) muestra el mismo segmento deformado por la aplicación del momento flexionante. Las líneas que inicialmente eran rectas se curvaron. Los extremos del segmento, inicialmente rectos y verticales, ahora están inclinados por haber girado con respecto al eje centroidal de la sección transversal de la viga. El resultado es que el material a lo largo de la cara superior se somete a compresión y, por consiguiente, se acorta. Por otra parte, el material a lo largo de la cara inferior se somete a tensión y se alarga.

De hecho, todo el material arriba del eje centroidal está sometido a compresión. No obstante el acortamiento máximo (deformación unitaria por compresión) ocurre en la cara superior. Como el esfuerzo es proporcional a la deformación unitaria, entonces se deduce que el esfuerzo máximo de compresión ocurre en la cara superior.

Asimismo, todo el material bajo el eje centroidal está sometido a tensión. Pero el alargamiento máximo (deformación unitaria por tensión) ocurre en la cara inferior y produce el esfuerzo máximo de tensión.

También se puede concluir que, si la parte superior de la viga está a compresión y la inferior a tensión, entonces debe haber un lugar en la viga donde no haya ninguna deformación. Ese lugar se llama eje neutro y coincide con el eje centroidal de la viga. En resumen se concluye que:

En una viga sometida a momento flexionante del tipo mostrado en la figura 15, el material sobre el eje centroidal estará a compresión con el esfuerzo de compresión máximo en la cara superior. El material bajo el eje centroidal estará a tensión con el esfuerzo de tensión máximo en la cara inferior. A lo largo del mismo eje centroidal, la deformación y el eje esfuerzo son cero debido a la flexión. A esto se le llama eje neutro.

En el diseño o análisis de vigas, lo que se pretende por lo general es determinar los esfuerzos máximos de tensión y compresión. Del planteamiento anterior se deduce que estos esfuerzos máximos dependen de la distancia del eje neutro (eje centroidal) a las caras superior e inferior. Esa distancia se designará, c .

El esfuerzo causado por flexión también es proporcional a la magnitud del momento flexionante aplicado a la sección de interés. La forma y las dimensiones de la sección transversal de una viga establecen su capacidad de soportar el momento flexionante aplicado. EL esfuerzo flexionante es inversamente proporcional al momento de inercia de la sección transversal con respecto a su eje centroidal horizontal.

A continuación se enuncia la fórmula de flexión que se usa para calcular el esfuerzo máximo producido por flexión.

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{Mc}{I}$$

donde $\sigma_{\text{máx}}$ = esfuerzo máximo en las fibras externas de la viga.

M = momento flexionante en la sección de interés.

c = distancia del eje centroidal de la viga a las fibras externas.

I = momento de inercia de la sección transversal con respecto a su eje centroidal.

Para aplicar la ecuación por lo general se llevan a cabo los pasos siguientes.

1. Determine el momento flexionante máximo en la viga trazando los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante.
2. Localice el centroide de la sección transversal de la viga.
3. Calcule el momento de inercia de la sección transversal con respecto a su eje centroidal.
4. Calcule la distancia c del eje centroidal a la cara superior o inferior de la viga, la que sea mayor.
5. Calcule el esfuerzo con la fórmula de flexión:

$$\sigma_{\max} = \frac{Mc}{I}$$

6.8.1.1 PROBLEMA DE APLICACION

Para la viga mostrada en la figura 16, calcule el esfuerzo máximo causado por flexión. La sección transversal de la viga es un rectángulo de 100mm de alto x 25 mm de ancho. La carga a la mitad de la viga es de 1500 N, y ésta mide 3.40m.

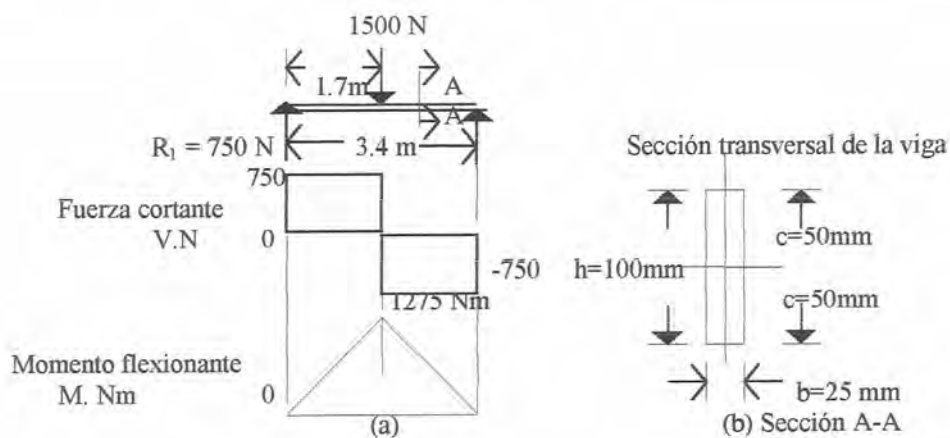


Figura 16. Datos de la viga del ejemplo 8-1

Solución:

Datos:

La viga y la carga mostrada en la figura 16.

Resultados:

Paso 1. Los diagramas de fuerza cortante y momento flexionante ya dibujados se incluyen en la figura 16. El momento flexionante máximo de 1275 N. m actúa a la mitad de la viga.

Paso 2. El centroide de la sección transversal rectangular se localiza en la intersección de los dos ejes de simetría, a 50 mm de la cara superior de la viga.

Paso 3. El momento de inercia del perfil rectangular con respecto al eje centroidal es:

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{25(100)^3}{12} = 2.08 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

Paso 4. La distancia $c = 50$ mm del eje centroidal a la cara superior o inferior.

Paso 5. El esfuerzo máximo inducido por flexión ocurre en la cara superior o inferior de la viga en el punto donde ocurre el momento flexionante máximo. Al aplicar la ecuación se obtiene:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{máx}} &= \frac{Mc}{I} = \frac{(1275 \text{ N. m}) (50 \text{ mm})}{2.08 \times 10^6 \text{ mm}^4} = \frac{10^3 \text{ mm}}{\text{m}} \\ &= 30.6 \text{ N/mm}^2 = 30.6 \text{ MPa} \end{aligned}$$

6.8.2 CONDICIONES PARA EL USO DE LA FORMULA DE FLEXION

La aplicación adecuada de la fórmula de flexión requiere que se entiendan las condiciones en las cuales es válida, descritas a continuación:

1. La viga debe ser recta o casi recta.
2. La sección transversal de la viga debe ser uniforme.
3. Todas las cargas y las reacciones en los apoyos deben actuar perpendicular al eje de la viga.

4. La viga no debe torcerse al momento de aplicarse las cargas.
5. La viga debe ser relativamente larga y angosta con respecto a su peralte.
6. El material del que esté hecha la viga debe ser homogéneo y su módulo de elasticidad debe ser igual a tensión y a compresión.
7. El esfuerzo producido por la carga no debe exceder el límite proporcional del material.
8. Ninguna parte de la viga puede fallar por inestabilidad, es decir, por pandeo o falla de las secciones esbeltas.

Aunque la lista de condiciones parece larga, la fórmula sigue siendo válida para una amplia variedad de casos reales. Las vigas que violan algunas de las condiciones se analizan con una fórmula modificada o con un método de esfuerzo combinado.

6.8.3 DISTRIBUCION DEL ESFUERZO EN LA SECCION TRANSVERSAL DE UNA VIGA

figura 15 muestra cómo se deforma un segmento de viga por la influencia de un momento flexionante. El segmento asume la forma “flexionada” característica al acortarse las fibras superiores y al alargarse las fibras inferiores. El eje neutro que coincide con el eje neutro de la sección transversal de la viga, se flexiona pero no se deforma. Por consiguiente, en el eje neutro el esfuerzo causado por flexión es cero.

La figura 15 también muestra que los extremos del segmento de viga que inicialmente eran rectos y verticales, se mantienen rectos. Pero cuando se aplica el momento flexionante giran. La distancia lineal de un punto localizado sobre la línea final girada indica la cantidad de deformación producida en dicho punto de la sección transversal. Se infiere, por consiguiente, que la deformación varía linealmente con la posición en la sección transversal, es decir, la distancia al eje neutro. Después del eje neutro hacia la parte superior de la sección la deformación por compresión es mayor mientras que hacia la parte inferior la deformación por tensión es mayor. En materiales que satisfacen la ley de Hooke, el esfuerzo es proporcional a la deformación. La distribución de esfuerzo resultante, por consiguiente, es como se muestra en la figura 17.

Si se desea representar el esfuerzo en algún punto de la sección transversal, puede expresarse en función del esfuerzo máximo teniendo en cuenta su variación lineal con la distancia al eje neutro. Si esa distancia se designa y , se puede escribir una ecuación para el esfuerzo, σ , en cualquier punto como:

$$\sigma = \sigma_{\text{máx}} \frac{y}{c}$$

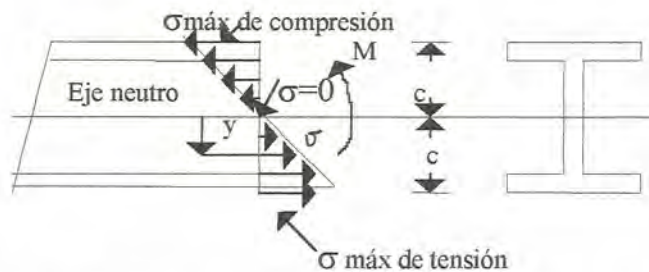


Figura 17. Distribución del esfuerzo en una sección no simétrica

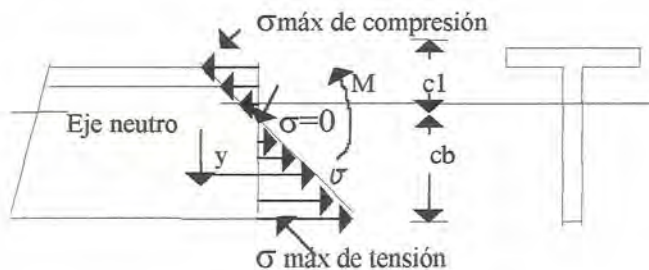


Figura 18. Distribución del esfuerzo en una sección no simétrica

La forma general de la distribución del esfuerzo mostrada en la figura 17, podría ocurrir en cualquier sección de viga cuyo eje centroidal sea equidistante de las caras superior e inferior. En tales casos, el esfuerzo de compresión máximo sería igual al esfuerzo de tensión máximo.

Si el eje centroidal de la sección no está a la misma distancia de las caras superior e inferior, la distribución del esfuerzo sería mostrada en la figura 18. Con todo, el esfuerzo en el eje neutro sería de cero. No obstante, el esfuerzo varía linealmente con la distancia al eje neutro.

Ahora bien, el esfuerzo máximo en la cara inferior de la sección es mayor que aquél en la cara superior porque está más alejado del eje neutro. Con las distancias c_b y c_t tal como se indican en la figura 18., los esfuerzos serían:

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{MC_b}{I} \quad (\text{tensión en la cara inferior})$$

$$\sigma_{\text{máx}} = \frac{MC_t}{I} \quad (\text{compresión en la cara superior})$$

6.9 ESFUERZOS COMPUESTOS

Un gran número de problemas reales prácticos incluyen esfuerzos combinados, situaciones en las que dos o más componentes diferentes de esfuerzo actúan en el mismo punto de un miembro estructural de carga.

Los tres tipos básicos de carga son: axiales, de torsión y de flexión y las cuatro combinaciones son: axial y flexión; axial y torsión; torsión y flexión; y axial, torsión y flexión.

6.9.1 ELEMENTO SOMETIDO A ESFUERZO

En general, esfuerzo combinado se refiere a los casos en que dos o más tipos de esfuerzo actúan en un punto dado al mismo tiempo. Los esfuerzos componentes pueden ser o normales (es decir, de tensión o compresión) o esfuerzos cortantes.

Cuando un miembro de carga se somete a dos o más clases diferentes de esfuerzos, la primera tarea es calcular el esfuerzo provocado por cada componente. A continuación se toma una decisión sobre qué punto del miembro soporta la combinación de esfuerzos más elevada y se completa el análisis del esfuerzo combinado en dicho punto. En algunos casos especiales, se desea conocer la condición de esfuerzo dado sin cuidado de si es o no es el punto de esfuerzo máximo.

Ejemplos serían los puntos cerca de soldaduras en una estructura fabricada, a lo largo de la veta de un miembro de madera, o cerca del punto de conexión entre miembros.

Con el punto de interés identificado, se determina, de ser posible, la condición de esfuerzo en dicho punto con las relaciones clásicas para el análisis de esfuerzo. En ocasiones, por la complejidad de la geometría del miembro o el patrón de carga, no se puede realizar un análisis de esfuerzo confiable completo por medio de cálculos. En esos casos, puede utilizarse un análisis de esfuerzo experimentales en el que medidores de deformación, modelos fotoelásticos o revestimientos sensibles a la deformación dan datos de manera experimental. Asimismo, con la ayuda de técnicas de análisis de esfuerzo por elemento finito basadas en la computadora, se puede determinar la condición de esfuerzo.

Luego de usar uno de estos métodos, se tendrá la información requerida para construir el elemento sometido a esfuerzo inicial, como se muestra en la figura 19. Se supone que el elemento es infinitesimalmente pequeño y que está alineado con las direcciones conocidas en el miembro que se va a analizar. El elemento completo, como se muestra, podría tener un esfuerzo normal (de tensión o compresión) actuando en cada par de caras orientadas en direcciones mutuamente perpendiculares, generalmente designadas como ejes x y y . Tal como el nombre esfuerzo normal lo dice, estos esfuerzos actúan normales (perpendiculares) a las caras. Y tal como se indica, σ está alineado con el eje x y es un esfuerzo de tensión que tiende a jalar al elemento. Recuerde que los esfuerzos de tensión se consideran positivos. Por tanto, σ es de compresión, puesto que tiende a aplastar al elemento. Los esfuerzos de compresión se consideran negativos.

Además, puede haber esfuerzos cortantes actuando a lo largo de las caras del elemento como si cada una estuviera siendo desprendida del material adyacente. Recuerde que cuando se analizaron los esfuerzos cortantes se vio que en cualquier elemento en equilibrio existen cuatro cortantes, de magnitud igual.

En dos caras opuestas cualesquiera los esfuerzos cortantes actúan en direcciones opuestas, por lo que se crea un par que tiende a girar el elemento. Por tanto, debe existir un par de esfuerzos cortantes en las caras adyacentes que producen un par opuestamente dirigido para que el elemento esté en equilibrio. Cada par de cortantes se designará con una notación de subíndice doble. Por ejemplo, τ_{xy} se refiere al esfuerzo cortante que actúa perpendicularmente al eje x y paralelo al eje y. Por otra parte, τ_{yx} actúa perpendicular al eje y y paralelo al eje x. En lugar de establecer una convención para los signos de los esfuerzos cortantes, se hará referencia a ellos como horarios (H) (el sentido del movimiento de las manecillas del reloj) o antihorarios (AH) (el sentido contrario del movimiento de las manecillas del reloj), según el sentido en que tiendan a girar al elemento sometido a esfuerzo.

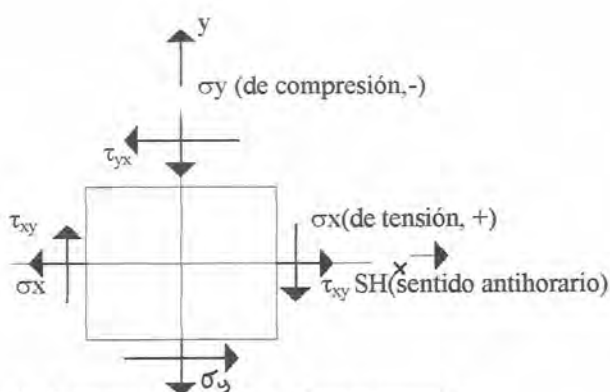


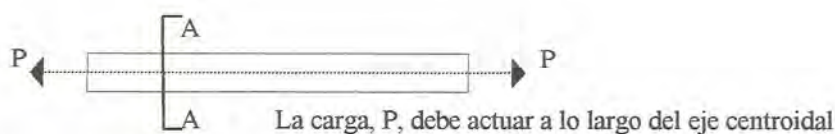
Figura 19. Elemento sometido a esfuerzo completo

6.9.2 DISTRIBUCION DEL ESFUERZO CREADA POR ESFUERZOS BASICOS

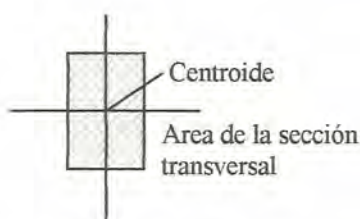
Las figuras 20, 21, 22 muestran esfuerzos de tensión directa, compresión directa y flexión en los que se desarrollaron esfuerzos normales. Es importante conocer la distribución del esfuerzo en el miembro como se muestra en las figuras. También se muestran elementos sometidos a estas clases de esfuerzos. A continuación se dan las fórmulas principales para calcular el valor de estos esfuerzos.

	P	
Tensión directa: (figura 20)	$\sigma = \frac{P}{A}$	Uniforme en toda el área

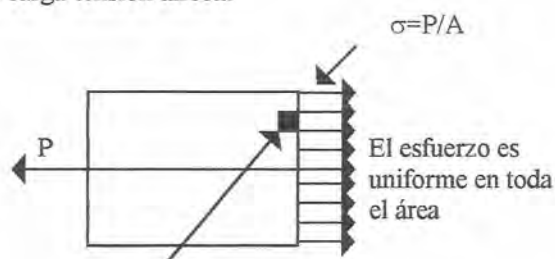
Compresión directa: $\sigma = \frac{-P}{A}$ Uniforme en toda el área
(figura 21)



(a) Condición de carga-tensión directa

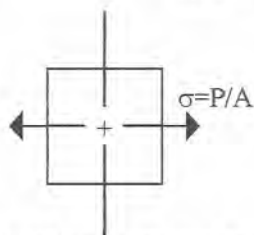


(a) Sección A-A (perfil arbitrario)



Elemento aislado arbitrario sometido a esfuerzo

(c) Distribución del esfuerzo interno



(d) Elemento sometido a esfuerzo-esfuerzo de tensión normal

Figura 20. Distribución del esfuerzo normal en el caso de tensión directa.

Esfuerzo producido por flexión: $\sigma_{\max} = \pm \frac{Mc}{I}$ Esfuerzo máximo en superficies externas
(figura 22)

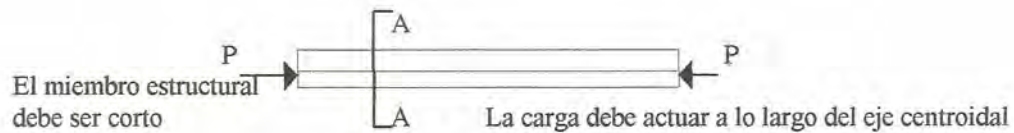
$\sigma = \pm \frac{My}{I}$ Esfuerzo flexionante en cualquier punto.

Las figuras 23, 24, 25 ilustran tres casos que se producen esfuerzos cortantes junto con las distribuciones de esfuerzo y los elementos sometidos a estos tipos de esfuerzo. A continuación se dan las fórmulas principales utilizadas para calcular esfuerzos cortantes.

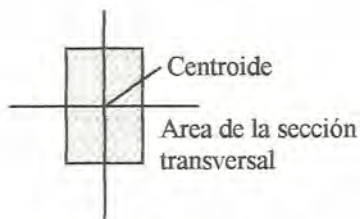
Cortante directo:
(véase la figura 23)

$$\tau = \frac{P}{A_s} \quad \text{Uniforme en toda el área.}$$

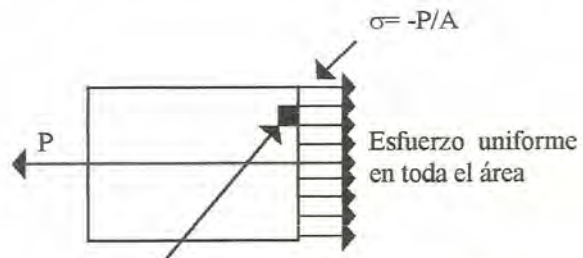
Cortante torsional:
(véase la figura 24)

$$\tau_{\max} = \frac{T_c}{J} \quad \text{Máximo en la superficie externa}$$


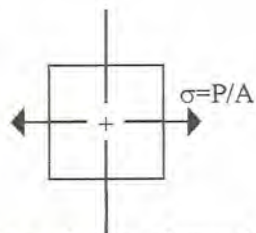
(a) Condición de carga-esfuerzo de compresión directo



(a) Sección A-A (perfil arbitrario)



(c) Distribución del esfuerzo interno



(d) Elemento sometido a esfuerzo-esfuerzo de tensión normal de compresión

Figura 21. Distribución del esfuerzo normal en el caso de compresión directa.

$$\tau = \frac{T r}{J} \quad \text{Cortante torsional en cualquier radio}$$

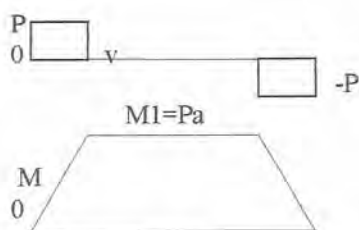
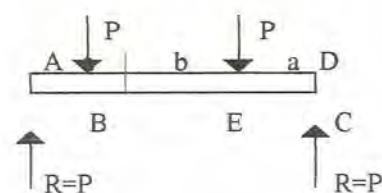
Esfuerzos cortantes en vigas:
(figura 25)

$$\tau = \frac{V Q}{I t}$$

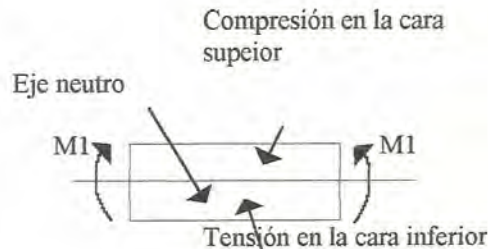
6.9.3 CREACION DEL ELEMENTO SOMETIDO A ESFUERZO INICIAL

Un objetivo importante es desarrollar relaciones con las que se puedan determinar los esfuerzos principales máximos y el esfuerzo cortante máximo. Antes de que esto se pueda hacer, es necesario conocer el estado de esfuerzo en un punto de interés en alguna orientación. En esta sección se demuestra la determinación de la condición de esfuerzo inicial mediante cálculo directo con las fórmulas de los esfuerzos básicos.

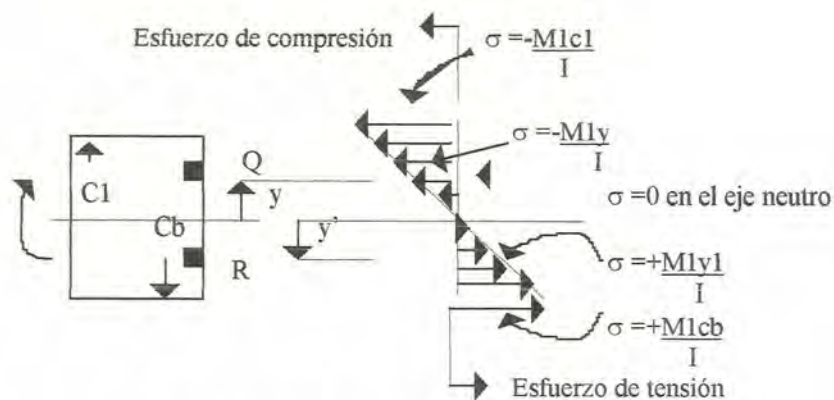
La figura 26 muestra una palanca acodada empotrada en una superficie rígida con una carga P dirigida hacia abajo aplicada en su extremo libre. El segmento corto al frente de la palanca se carga como si fuera una viga en voladizo, como se muestra en la figura 27, con el momento en su extremo izquierdo resistido por el otro segmento de la palanca.



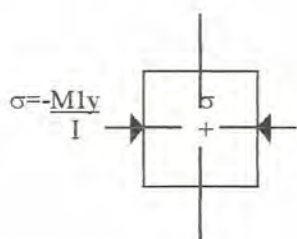
(a) Condición de carga - flexión



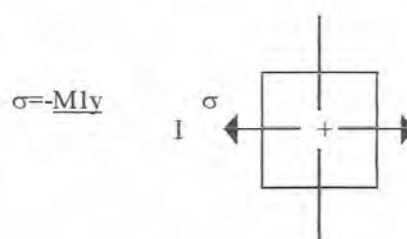
(b) Segmento de viga a flexión positiva



(c) Distribución del esfuerzo interno



(d) Esfuerzo en el elemento Q

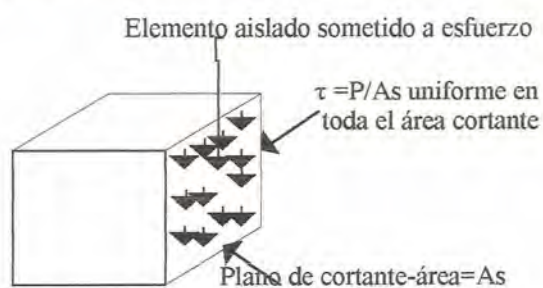


(e) Esfuerzo en el elemento R

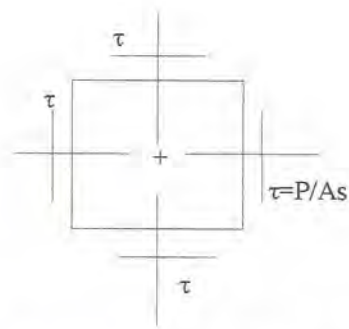
Figura 22. Distribución del esfuerzo normal en el caso de flexión



(a) Condición de carga-cortante directo



(b) Distribución del esfuerzo interno



El esfuerzo cortante es igual en las cuatro caras

(c) Elemento sometido a esfuerzo-esfuerzo cortante

Figura 23. Distribución del esfuerzo cortante en el caso de cortante directo.

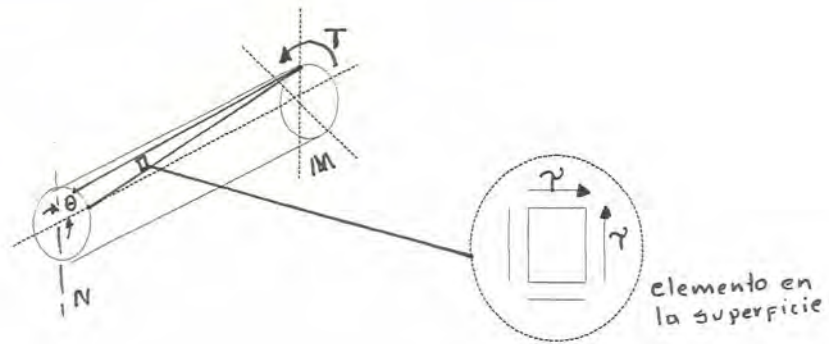
La figura 27 muestra al segmento más largo como un diagrama de cuerpo libre. Al frente, la fuerza P y el par de torsión T son las reacciones a la fuerza y al momento que actúan en el izquierdo del segmento corto en (a). Por lo tanto, en la parte de atrás, debe haber las reacciones M , P y T para mantener el equilibrio. La barra se ve sometida a una condición de esfuerzo combinado con los siguientes tipos de esfuerzos:

Esfuerzo flexionante causado por el momento flexionante

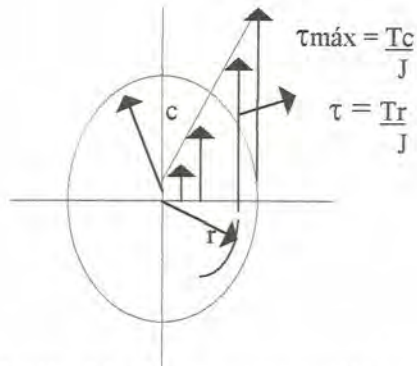
Esfuerzo cortante torsional causado por el par de torsión

Esfuerzo cortante causado por la fuerza cortante vertical

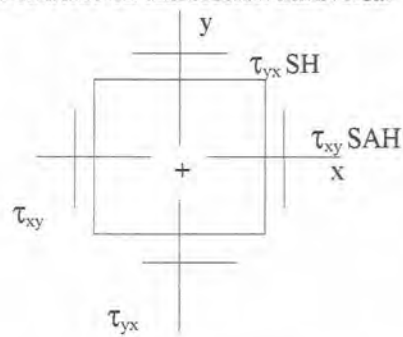
Al revisar las figuras 22, 24, 25, se concluye que uno de los puntos donde el esfuerzo probablemente alcanza su valor máximo se localiza en la cara superior del segmento largo, cerca del apoyo. Llamado elemento K en la figura 27, se vería sometido al esfuerzo de tensión máximo. Pero el esfuerzo cortante vertical sería cero por estar en la cara externa retirado del eje neutro.



(a) Condición de carga-cortante torsional en una barra circular



(b) Distribución del esfuerzo en una sección transversal



$$\tau_{yx} = \tau_{xy} \text{ en magnitud}$$

(c) Elemento sometido a esfuerzo cortante-torsional

Figura 24. Distribución del esfuerzo cortante torsional en una flecha circular sólida

El elemento K está sometido entonces a un esfuerzo combinado, como se ilustra en la figura 28.

El esfuerzo normal de tensión, σ_x , actúa paralelo al eje x a lo largo de la cara superior de la barra. El par de torsión aplicado tiende a producir un esfuerzo cortante τ_{xy} que producen un par en sentido horario en las demás caras.

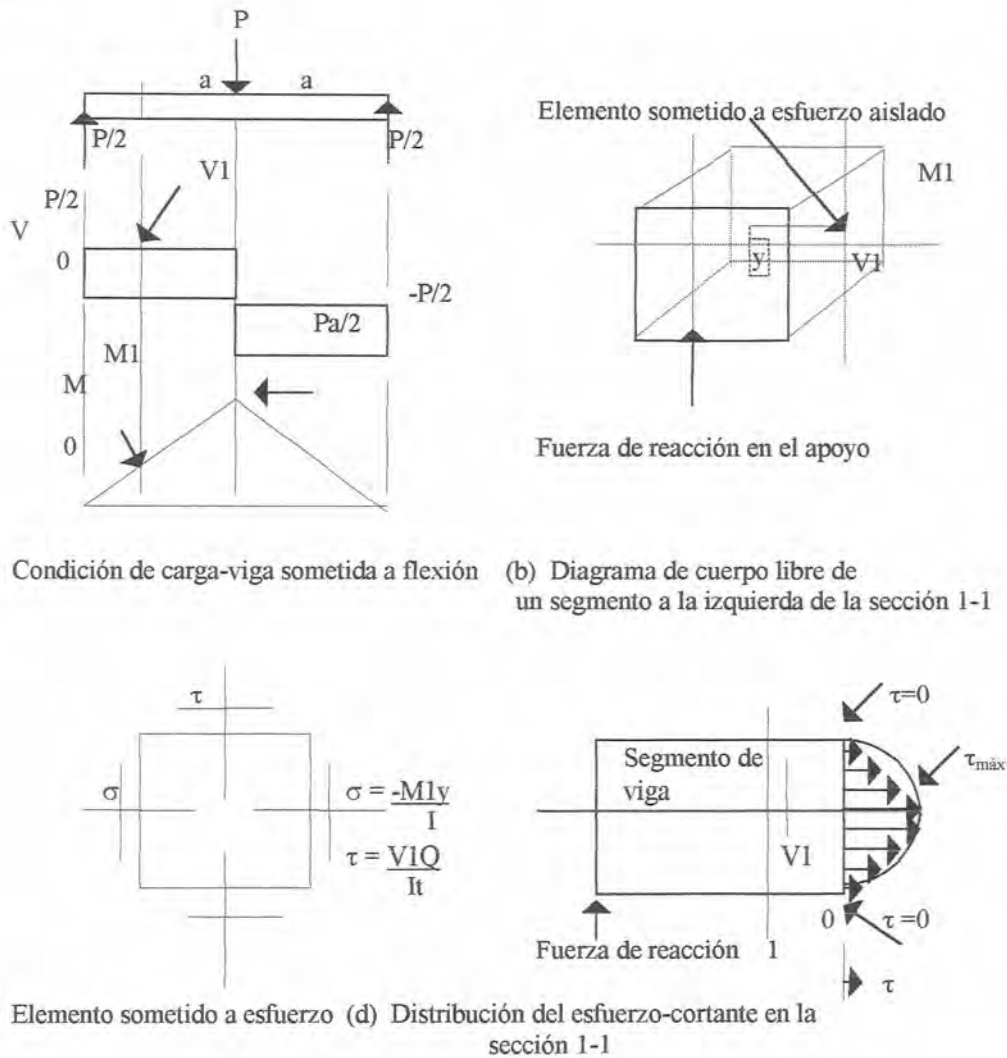


Figura 25. Distribución del esfuerzo cortante en una viga

El ejemplo mostrado a continuación incluye cálculos ilustrativos de los valores de los esfuerzos mostrados en la figura 28.

La figura 26 muestra una palanca en forma de L que soporta una carga dirigida hacia abajo aplicada en su extremo. Calcule la condición de esfuerzo que existe en un punto de la carga superior de la palanca cerca del apoyo empotrado. Sea $P = 1500 \text{ N}$, $a = 150 \text{ mm}$, $b = 300 \text{ mm}$ y $D = 30 \text{ mm}$. Muestre la condición de esfuerzo de un elemento.

Solución:

Datos:

La geometría y las cargas mostradas en la figura 26. $P = 1500 \text{ N}$

Dimensiones: $a = 150 \text{ mm}$, $b = 300 \text{ mm}$, $D = 30 \text{ mm}$.

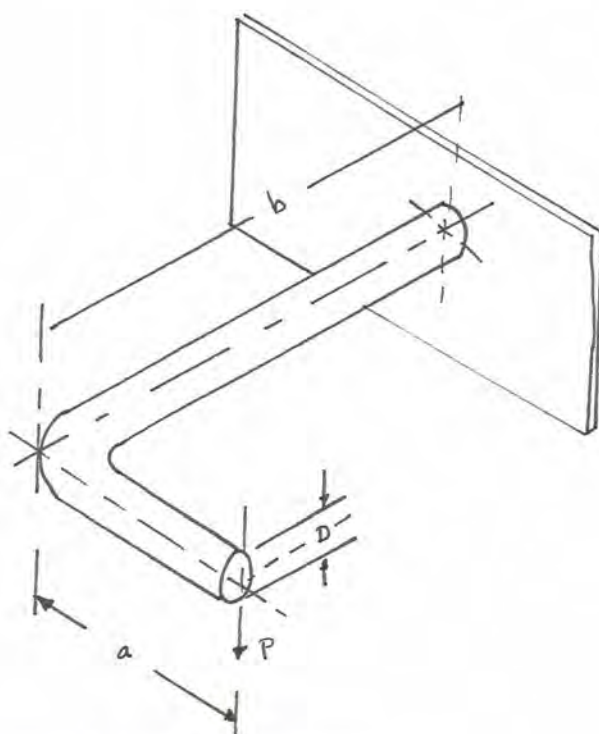


Figura 26. Palanca acobada que ilustra los esfuerzos combinados

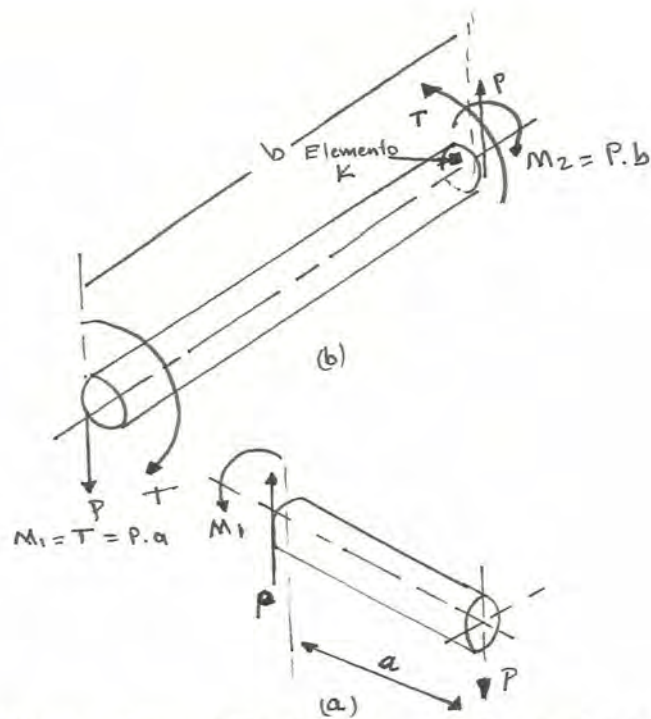


Figura 27. Diagramas de cuerpo libre de los segmentos de una palanca acobada.
 (a) Segmento corto de la palanca.
 (b) Segmento largo de la palanca.

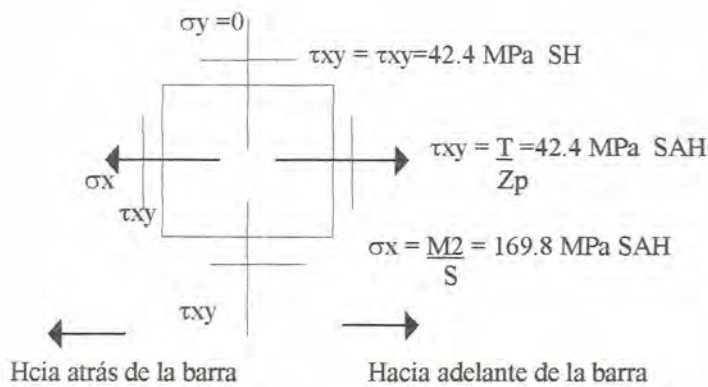


Figura 28. Elemento K de la figura 27 con los datos del ejemplo 19

Resultados:

Con los diagramas de cuerpo libre mostrados en la figura 27, se puede demostrar que:

$$M_1 = T = P a = (1500 \text{ N}) (150 \text{ mm}) = 225000 \text{ N.m}$$

$$M_2 = P b = (1500 \text{ N}) (300 \text{ mm}) = 450000 \text{ N.m}$$

Por tanto, el esfuerzo flexionante en la cara superior de la barra, mostrada como el elemento K en la figura 27-b es:

$$\sigma_x = \frac{M_2 c}{I} = \frac{M_2}{S}$$

Pero el módulo de sección S es:

$$S = \frac{\pi D^3}{32} = \frac{\pi (30 \text{ mm})^3}{32} = 2651 \text{ mm}^3$$

Por consiguiente:

$$\sigma_x = \frac{450000 \text{ N.m}}{2651 \text{ mm}^3} = 169.8 \text{ N/mm}^2 = 169.8 \text{ MPa}$$

El esfuerzo cortante torsional alcanza su valor máximo alrededor de la superficie externa de la barra, cuyo valor es:

$$\tau = \frac{T}{Z_p}$$

Pero el módulo polar de sección Z_p es:

$$Z_p = \frac{\pi D^3}{16} = \frac{\pi (30 \text{ mm})^3}{16} = 5301 \text{ mm}^3$$

Por tanto:

$$\tau = \frac{225000 \text{ Nm}}{5301 \text{ mm}^3} = 42.4 \text{ N/mm}^2 = 42.4 \text{ MPa}$$

Los esfuerzos flexionante y cortante se muestran en el elemento K en la figura 28. Es probable que éste sea el punto donde ocurre el esfuerzo máximo combinado, el cual se analizará más adelante en este capítulo. En un punto en un lado de la barra sobre el eje, existirá un esfuerzo cortante mayor porque el esfuerzo cortante torsional máximo se combina con el esfuerzo cortante vertical máximo producido por flexión. Pero el esfuerzo flexionante en dicho lugar es cero. Ese elemento también debe ser analizado.

6.10 ESTRUCTURAS (ARMADURAS)

Una armadura es una estructura compuesta de piezas unidas entre sí de tal manera que no puede cambiar de forma; es una estructura rígida.

Hay muchas clases de estructuras, para nuestro estudio utilizaremos la estructura conectada por pasadores, que son conjuntos de barras y vigas unidas por pasadores lisos que actúan como articulaciones. Antes de su diseño, nuestro objetivo es determinar las fuerzas que actúan en las barras y sobre los pasadores o articulaciones de las vigas. Para ello, debemos resolver problemas suplementarios que incluyen estas fuerzas por medio de diagramas de cuerpo libre correctamente elaborados. La construcción de estos diagramas requiere entender como fué armada la estructura.

El propósito de una armadura es sostener una carga mayor o cubrir una distancia más grande que cualquiera de las piezas, a partir de las cuales se va a construir la armadura.

6.10.1 METODO DE CALCULO PARA LAS CARGAS

Después de que hayamos aprendido cómo se construyen las estructuras, veremos que las fuerzas que actúan en las diferentes piezas o sobre ellas crean sistemas de fuerzas concurrentes o no concurrentes en equilibrio. Dependiendo de la situación, algunas veces consideramos los diagramas de cuerpo libre de las uniones que conectan las piezas entre sí; otras veces consideramos los DLC de las piezas.

Las fuerzas desconocidas de estos diagramas de cuerpo libre se determinan fácilmente aplicando los métodos y técnicas de la física y estática.

El elemento básico de las armaduras es un triángulo formado por tres barras.

6.10.1.1 METODO CARTESIANO - DE LOS NODOS

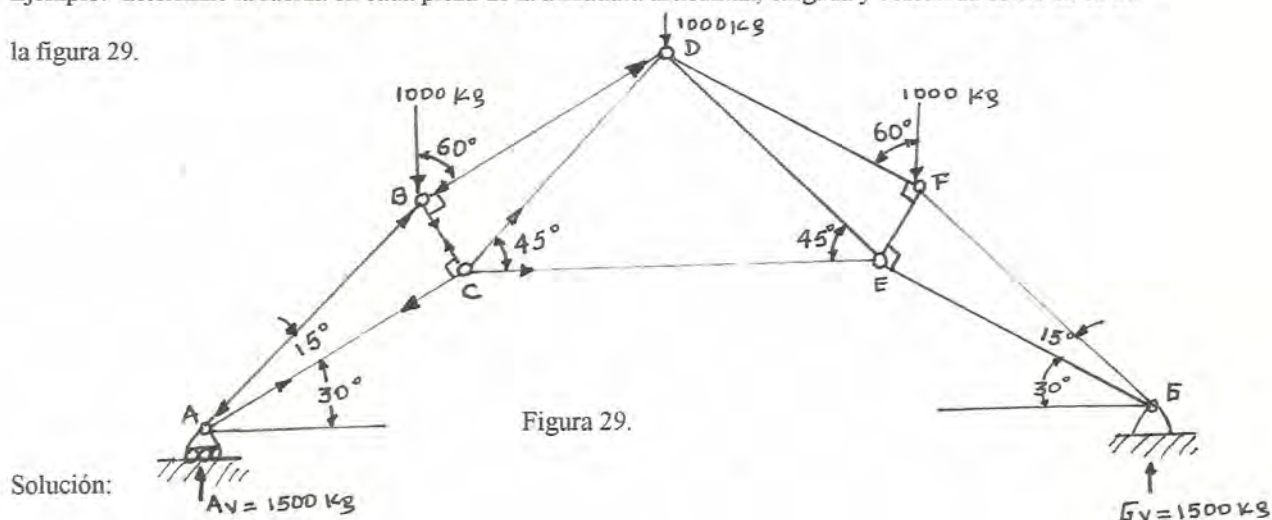
La suposición de que todas las piezas de una armadura son miembros de 2 fuerzas que transmiten cargas a lo largo del eje significa que el diagrama de cuerpo libre de cualquier nodo es un sistema de fuerzas concurrentes en equilibrio. Debido a que sólo se pueden escribir 2 ecuaciones independientes de equilibrio para un sistema concurrente en el plano, empezamos el análisis (después de determinar las reacciones) con un nodo que solo esté bajo el efecto de dos miembros.

Las fuerzas desconocidas en estas piezas se determinan encontrando los ángulos y haciendo sumatoria de fuerzas en los ejes X y Y.

Una vez se han determinado las fuerzas en el nodo inicial sus efectos en los nodos adyacentes se conocen. Ahora consideramos el nodo siguiente, sobre el cual solo actúan dos fuerzas desconocidas y así sucesivamente, hasta que se encuentre la fuerza desconocida de cada pieza.

6.10.1.1.1 PROBLEMAS DE APLICACION

Ejemplo: determine la fuerza en cada pieza de la armadura articulada, cargada y sostenida como se ve en la figura 29.



Análisis: la armadura dada es simétrica, y también son simétricas las cargas, de manera que solo necesitamos encontrar las cargas en la mitad de ella. Puesto que aquí la dirección de cada pieza está definida por ángulos, en lugar de su pendiente, entonces usamos triángulos de fuerzas.

Por la simetría de la sección, la reacción en A es igual a 1500 kg.

Para las tres fuerzas en equilibrio en A, trazamos el triángulo de fuerzas.

Figura 30. Triángulo de fuerzas en A

Aplicando la ley de los senos

$$\frac{Av}{\text{sen } 15} = \frac{AB}{\text{sen } 120} = \frac{AC}{\text{sen } 45}$$

$$\frac{1500 \text{ kg}}{\text{sen } 15} = \frac{AB}{\text{sen } 120}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{\text{sen } 120 \times 1500 \text{ kg}}{\text{sen } 15} \Rightarrow AB = 5.019 \text{ kg compresión}$$

$$\frac{Av}{\text{sen } 15} = \frac{Ac}{\text{sen } 45} \Rightarrow Ac = \frac{1500 \text{ kg} \times \text{sen } 45}{\text{sen } 15}$$

$$\Rightarrow Ac = 4.098 \text{ kg Tensión.}$$

La acción de tensión o compresión se determina marcando la acción de estas piezas sobre el nodo A.

Se sugiere hacer un croquis de la armadura y marcar la acción de cada pieza sobre sus nodos extremos a medida que la fuerza sea encontrada.

El siguiente nodo es B. Aquí actúan cuatro fuerzas de tal manera que no se puede usar un triángulo de fuerzas; en su lugar, usamos el concepto de ejes girados. Suponiendo que BD y BC estén en compresión y por tanto actuando hacia B, giramos el eje X para que coincida con la fuerza desconocida BD.

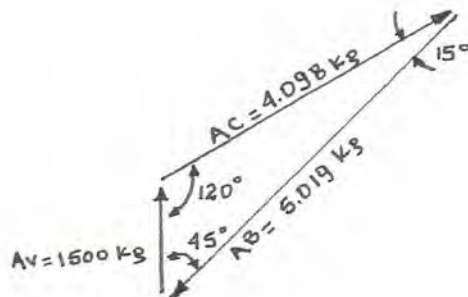


Fig. 30 Triángulo de fuerzas

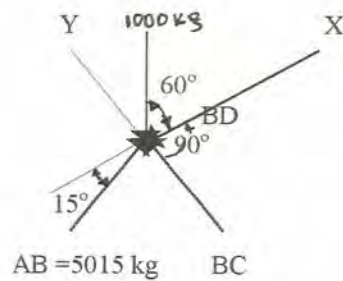


Figura 31. DLC de B

De la figura obtenemos

$$\begin{aligned}
 F_y &= 0 \\
 BC + 5019 \operatorname{sen} 15^\circ - 1000 \operatorname{sen} 60^\circ &= 0 \\
 BC &= -5019 \operatorname{sen} 15^\circ + 1000 \operatorname{sen} 60^\circ \\
 BC &= -433 \text{ kg} \\
 F_x &= 0 \\
 5019 \cos 15^\circ - 1000 \cos 15^\circ - 1000 \cos 60^\circ &= BD = 0 \\
 5019 \cos 15^\circ - 1000 \cos 60^\circ &= BD \\
 BD &= 4347 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

El resultado positivo de BD confirma que está en compresión como se supuso, mientras que el resultado negativo para BC significa que consideramos, la dirección incorrecta; portando, BC actúa alejándose de B y está en tracción. Ahora marcamos la acción correcta de BD y BC sobre sus articulaciones o nodos y procedemos a considerar el equilibrio en el siguiente nodo C.

Trazamos el DCL del nodo C y suponemos que CD y CE están ambas en tracción.

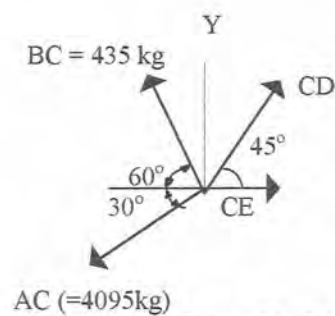


Figura 32. DLC de C

$$F_y = 0$$

$$CD \sin 45^\circ + 433 \text{ kg} \sin 60^\circ - 4098 \text{ kg} \sin 30^\circ = 0$$

$$CD = \frac{-433 \text{ kg} \sin 60^\circ + 4098 \text{ kg} \sin 30^\circ}{\sin 45^\circ}$$

$$CD = 2.367 \text{ kg a tensión}$$

$$F_x = 0$$

$$CE + CD \cos 45^\circ - 433 \cos 60^\circ - 4095 \cos 30^\circ = 0$$

$$CE = 433 \cos 60^\circ + 4095 \cos 30^\circ - 2367 \cos 45^\circ$$

$$CE = 2.089 \text{ kg a tensión}$$

Los resultados positivos de CD y CE indican que la suposición estuvo bien hecha. Como la carga y la armadura son simétricas las fuerzas en todas las partes están ya determinadas.

6.10.1.2 METODO DE LOS MOMENTOS - METODO DE LAS SECCIONES

Se aplica para los sistemas defuerza no concurrentes. Su uso nos permite determinar directamente la fuerza en casi cualquier pieza en lugar de llegar a esa pieza por un análisis nodo por nodo.

En el método de las secciones una porción de la armadura se aísla como cuerpo libre pasando un plano de corte imaginario a través de toda la armadura, separándola en dos partes. Si es posible la separación debe hacerse sin cortar mas de tres piezas de la armadura. Tendremos entonces dos partes aisladas de la armadura, cada una de las cuales constituye un sistema de fuerzas no concurrentes, en equilibrio bajo la acción de las cargas conocidas que actúan en cada parte y las fuerzas desconocidas que las piezas cortadas de una parte ejercen sobre la otra.

6.10.1.2.1 PROBLEMA DE APLICACION

Con el método de las secciones encontrar las fuerzas que actúan en BD, BE y CE de la armadura tipo cuerda de acero de la figura 32. Determine cada fuerza por medio de una ecuación que no incluya las otras fuerzas desconocidas.

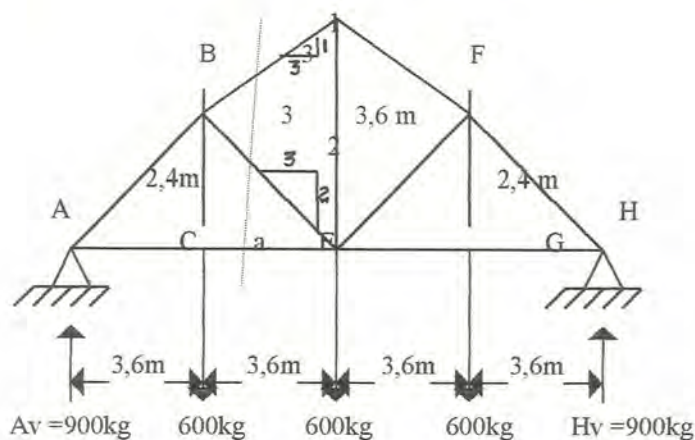


Figura 33.

Solución:

Datos:

Las de la figura

Análisis: Las fuerzas pedidas en BD, BE, y CE se pueden encontrar pasando la sección

a-a a través de estas piezas. Puesto que la armadura original está en equilibrio, los dos segmentos en que queda dividida por el plano de corte también estarán en equilibrio si las cargas transmitidas por las piezas cortadas se remplazan por fuerzas externas iguales y estas cargas. Estas fuerzas externas se ven en la figura 34 actuando en el segmento izquierdo aislado, que incluye un número de fuerzas menor que el segmento derecha.

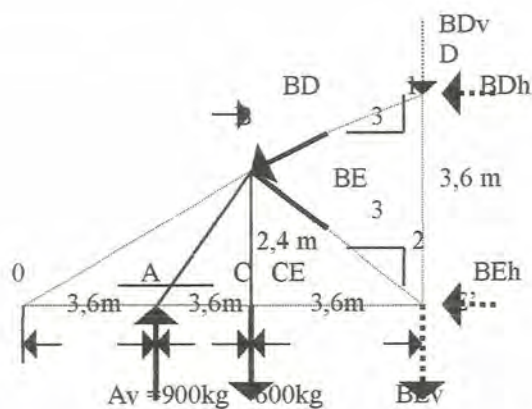


Figura 34. Diagrama de cuerpo libre de la porción izquierda de la armadura.

Para determinar el valor de CE, usamos una ecuación de equilibrio que elimina a BD y BE. Como las barras se intersectan en B, estas fuerzas tienen momento nulo respecto a B; de donde;

$$\curvearrowleft + \sum M_B = 0$$

$$2,4 \times CE - 3,6 (900) \text{ kg} = 0$$

$$CE = \frac{3,6 \times 900 \text{ kg}}{2,4}$$

$$\Rightarrow CE = 1350 \text{ kg a tensión resp.}$$

El signo de CE confirmo la dirección supuesta.

El valor de BD se encuentra teniendo momentos respecto a E', lo cual elimina por tanto a BE y CE, puesto que sus líneas de acción si se prolongan se intersectan con E'.

El momento de BD con relación a E' se encuentra más fácilmente por la suma de momentos de sus componentes vertical y horizontal, esto es:

$$\curvearrowleft + \sum M_B = 0$$

$$3,6 BD_h + 3,6 (600) - 7,2 (900) = 0$$

$$BD_h = 1200 \text{ kg}$$

De lo anterior y usando la proporcionalidad entre la fuerza y su pendiente, tenemos

$$\frac{BD}{\sqrt{10}} = \frac{BD_v}{1} = \frac{BD_h}{3} = \frac{1200}{3}$$

$$BD_v = 400 \text{ kg y } BD = 1265 \text{ kg.}$$

Para hallar BR independientemente de BD y CE, tomemos momentos respecto a la dirección a la intersección de las fuerzas que se van a eliminar. En este caso la intersección de BD y CE no se ve a simple vista, pero se puede encontrar fácilmente observando que la pendiente de BD es tal que bajó un metro verticalmente por cada 3 horizontalmente. De aquí que el punto O debe estar tres veces más lejos a la izquierda de C que lo que B está por encima de C, esto es a $3(2,4) = 7,2 \text{ m}$, que localiza a O como se ve en la figura 34.

Al tomar momentos respecto a O, reemplace BE por sus componentes vertical y horizontal que actúan en E, eliminando por lo tanto la componente horizontal BEh de la suma de momentos. Así:

$$\sum M_O = 0$$

$$10,8 BE_v - 7,2 (600) + 3,6(900) = 0$$

$$BE_v = 100 \text{ kg}$$

de donde de la proporcionalidad entre BE y su pendiente tenemos

$$\frac{BE}{\sqrt{13}} = \frac{BE_h}{3} = \frac{BE_v}{2} = \frac{100}{2}$$

o sea, $BE_h = 150 \text{ kg}$ y $BE = 180 \text{ Kg}$ a compresión. Resp.

6.10.1.3 METODO GRAFOSTATICO - METODO DE LOS MIEMBROS

Si alguno o todos los miembros de una estructura conectada por articulaciones están sujetas a acción flectora debido a las cargas en los extremos la estructura se llama un marco. Como veremos no es factible analizar un marco pasando una sección a través de las piezas de tal estructura como hicimos en las armaduras. En vez de ello, consideramos separadamente el diagrama de cuerpo libre de cada miembro que este sujeto a flexión.

Es importante notar que en las armaduras se supone que los diferentes miembros sólo están cargados en los extremos de manera que las fuerzas en los extremos en elemento de 2 fuerzas están dirigidas a lo largo de sus ejes, sin embargo se verá que en los miembros con varias cargas, las fuerzas de los extremos no actúan a lo largo de los ejes de los elementos; en efecto, la dirección de las fuerzas de extremo en estos miembros, generalmente es desconocida. En consecuencia una sección que pasa a través de tal miembro, mostrará que éste no sólo está bajo el efecto de una tensión o compresión según el eje, sino también bajo la acción de una fuerza transversal desconocida, y a una acción flexionante cuyo efecto varía con la localización de la sección.

6.10.1.3.1 PROBLEMA DE APLICACION

Una varilla BC que pesa 500 kg está bajo una carga debida al viento de 500kg por metro lineal, como se ve en la figura 35 despreciando el peso de las piezas de soporte, determine las fuerzas en las articulaciones A y F.

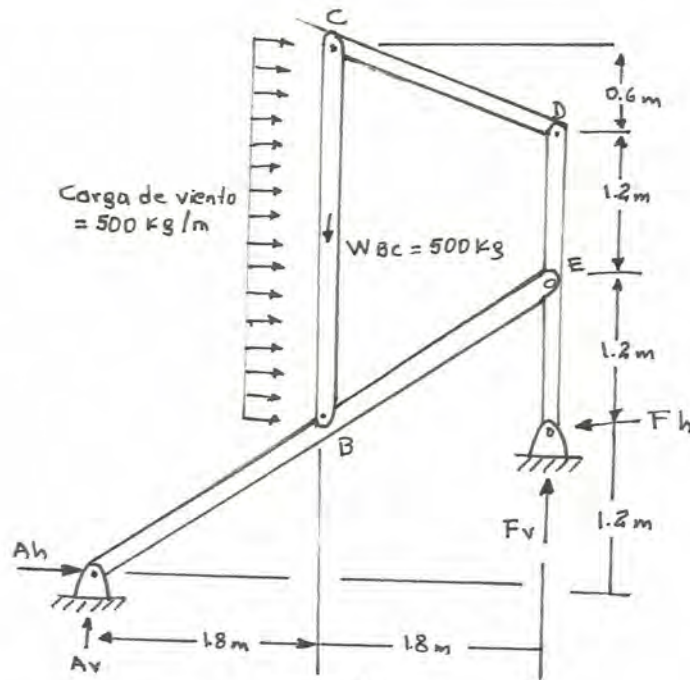


Figura 35.

Solución:

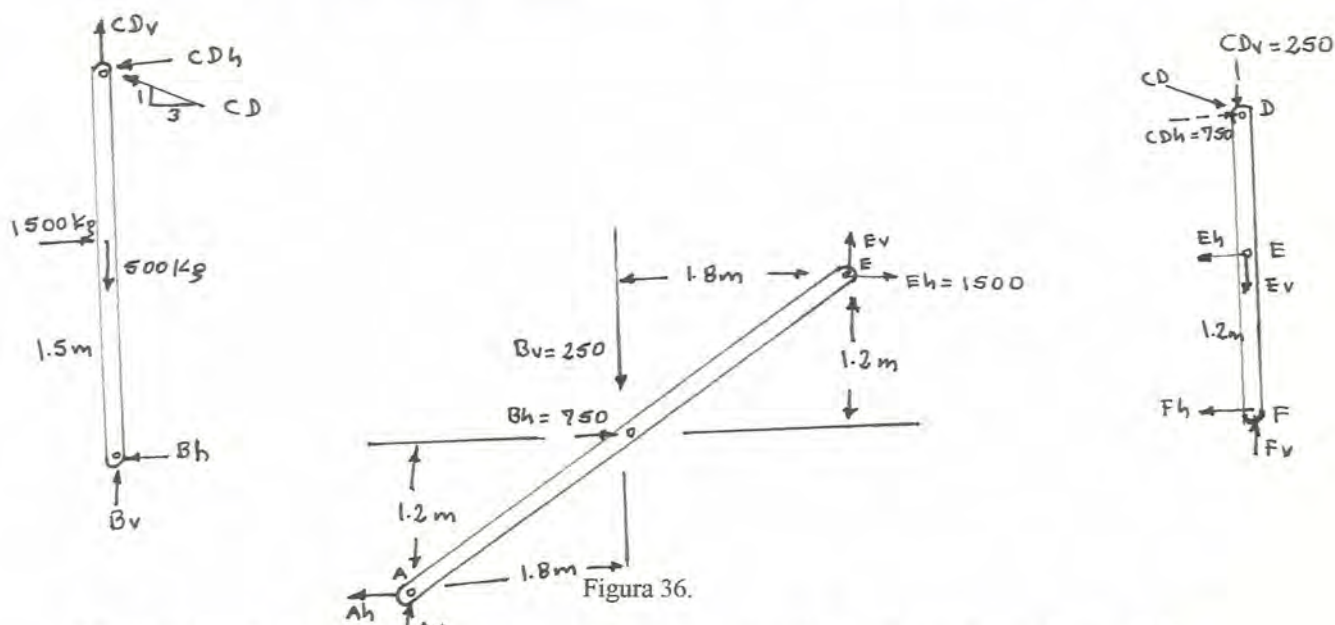
Datos:

los de la figura

Análisis:

Puesto que las direcciones de las fuerzas en las articulaciones A y F no están especificadas, remplazamos las fuerzas en las articulaciones por sus componentes que se supone que actúan como se ve. Por tanto en la figura 35 se ven cuatro incógnitas que actúan en un sistema para el cual sólo hay tres ecuaciones de equilibrio. Considerando este sistema ninguna de éstas incógnitas se puede determinar y el sistema parece indeterminado. Se necesitan ecuaciones adicionales que se puedan obtener considerando los diagramas de cuerpo libre de cada pieza como se ve en la figura 36.

Entonces un análisis consistente en una comparación progresiva del número de incógnitas en cada cuerpo libre con el número de ecuaciones de equilibrio disponibles, mostrará cuando es posible una solución.



Para llevar a cabo este análisis, hacemos una lista de las incógnitas que actúan en cada cuerpo libre considerado, y para cada cuerpo libre sucesivo incluimos las incógnitas no enumeradas previamente. Si la suma de incógnitas anotadas es igual al total de ecuaciones disponibles, será posible una solución.

Observe que en la figura 36 hemos trazado los DCL de cada pieza que está sujeta a una acción flexionante. En cada articulación representamos la fuerza desconocida por dos componentes.

Las componentes de las fuerzas en las articulaciones C y D ejercidas por la pieza CD están relacionadas por la pendiente de CD en el diagrama original, ya que CD sólo tiene cargas en los extremos y por lo tanto transmite una fuerza axial entre C y D.

Note cuidadosamente que la acción de las componentes de la fuerza en la articulación B sobre BC en la parte (a), es igual pero opuesta a la acción de estas componentes sobre AE en la parte (b); también que las componentes de la fuerza de la articulación E sobre AE en la parte (b) son iguales pero opuestas a estas componentes que actúan sobre DF en la parte (c). Esto se debe a la tercera ley de Newton de que las fuerzas de acción y reacción son iguales pero de direcciones opuestas.

Aplique este principio cuidadosamente cuando construya los diagramas de cuerpo libre.

Ahora podemos construir la siguiente tabla:

Cuerpo libre	Incógnitas	Ecuaciones disponibles	
BC	Bh, Bv, CD	3	Despeje Bh, Bv y DC Despeje primero las incógnitas comunes Eh y Ev
DF	Eh, Ev, Fh, Fv	3	
AE	Ah, Av	3	
Totales	9	9	

Para las 9 incógnitas enumeradas tenemos ahora 9 ecuaciones y es posible una solución. Como regla general, si un cuerpo tiene solamente 3 incógnitas (como BC), despejamos primero estas incógnitas. En seguida despejamos las incógnitas comunes a los otros cuerpos libres, tomando sumas de momentos respecto a centros que eliminen las otras incógnitas.

Aplicando este análisis empezamos con el cuerpo BC. Las ecuaciones de equilibrio y las relaciones de pendiente de CD dan

$$\begin{aligned}
 [\uparrow \sum \tau_B = 0] \quad & 3(CD_h) - 1500(1,5) = 0 \\
 & CD_h = 750 \text{ kg, de donde } CD_v = 250 \text{ kg} \\
 [\sum H = 0] \quad & 1500 - 750 - B_h = 0 \quad B_h = 750 \text{ kg} \\
 [\sum V = 0] \quad & B_v + 250 - 500 = 0 \quad B_v = 250 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

En seguida despejamos las incógnitas Eh y Ev que son comunes a los cuerpos libres DF y AE. Consideramos primero DF (Figura 36-c) puesto que una suma de momentos respecto a F elimina todas las incógnitas excepto Eh. Obtenemos

$$[\uparrow \sum M_F = 0] \quad 1,2E_h - 2,4(750) = 0 \quad E_h = 1500 \text{ kg}$$

La suma de momentos respecto a A elimina todas las incógnitas excepto Ev y da

$$\begin{aligned}
 [\uparrow \sum M_A = 0] \quad & 3,6E_v - 2,4(1500) - 1,8(250) - 1,2(750) = 0 \\
 & E_v = 1375 \text{ kg}
 \end{aligned}$$

Para cada pieza AE y DF quedan todavía dos ecuaciones de equilibrio que pueden aplicarse para determinar las demás incógnitas.

Así, para AE, tenemos

$$[\sum H = 0] \quad 1500 + 750 - A_h = 0 \quad A_h = 2250 \text{ kg}$$

$$[\sum V = 0] \quad A_v - 250 + 1375 = 0 \quad A_v = -1125 \text{ kg}$$

Para el DCL de DF aplicamos

$$[\sum H = 0] \quad 750 - 1500 - F_h = 0 \quad F_h = -750 \text{ kg}$$

$$[\sum V = 0] \quad E_v - 1375 - 250 = 0 \quad F_v = 1625 \text{ kg}$$

Los resultados negativos para A_v y F_h indican que deben invertirse los sentidos opuestos para ellas. Por lo tanto, combinando las componentes de las fuerzas en las articulaciones A y F, obtenemos

$$[A = \sqrt{A_h^2 + A_v^2}] \quad A = \sqrt{(2250)^2 + (1125)^2}$$

$$A = 2515 \text{ kg} > ; \theta_h = 26,6^\circ$$

$$[F = \sqrt{F_h^2 + F_v^2}] \quad F = \sqrt{(750)^2 + (1625)^2}$$

$$F = 1795 \text{ kg} < ; \theta_h = 65,3^\circ$$

6.10.2 SELECCION DE LOS PERFILES EN ARMADURAS

Los factores a considerar en los cálculos y la selección de los perfiles son: la acción del viento, variaciones de temperatura, cargas permanentes, sobrecargas.

Las cargas que solicitan a la armadura son el peso muerto de la cubierta. Las sobrecargas son aparatos y elementos de iluminación, el viento, etc.

6.10.2.1 BARRAS A TRACCION

Los estados limite para los elementos sometidos a tensión son:

- Fluencia del área bruta
- Fractura del área neta

La resistencia de un elemento a tensión será el valor más bajo que se obtenga de acuerdo con los estados limite mencionados:

1. Fluencia del área bruta. $\theta_t, R_n = \theta_t F_y A_g$ $\theta_t = 0.90$
2. Fractura del área neta $\theta_t, R_n = \theta_t F_u A_e$ $\theta_t = 0.75$

donde: $A_e = U A_n$ ó $A_e = U A_g$

F_y = Esfuerzo de fluencia

F_u = Resistencia a tensión

A_g = Area bruta

A_n = Area efectiva

U = factor de reducción

AREAS NETAS (En secciones con agujeros)

$$A_n = A_g - \sum d_a t + \sum (S^2/4g) t$$

donde:

d_a = diámetro tornillo + $1/8''$ (3.2mm)

s = separación longitudinal

g = distancia entre líneas de gramil (separación transversal)

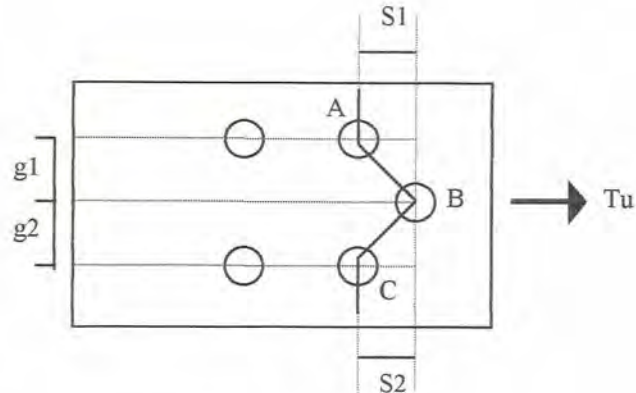


Figura 37.

Por ejemplo para la trayectoria ABC el A_n sería:

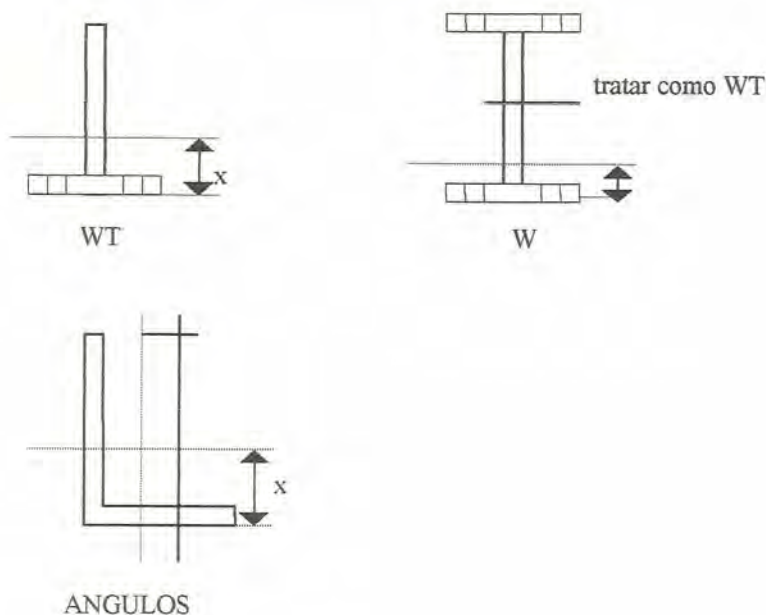
$$A_n = A_g - 3 \cdot d_a \cdot t + (S_1/4g_1 + S_2/4g_2) \cdot t$$

AREAS EFECTIVAS

Cuando no todas las partes de un elemento están conectadas, las especificaciones estipulan un factor de reducción U ($U < 1$).

$$U = 1 - x/L \leq 0.9$$

Donde: x = distancia entre la parte conectada y el centroide de la sección
 L = Longitud de la conexión



6.10.2.2 BARRAS A COMPRESION

Antes de diseñar elementos solicitados por compresión es absolutamente indispensable estudiar cuidadosamente; la estabilidad general y la relación ancho espesor.

6.10.2.2.1 DISEÑO DE ELEMENTOS SOLICITADOS POR CARGAS DE COMPRESION - METODO OMEGA

Para el diseño de este tipo de elementos, como en el caso de los solicitados por tensión, se debe hallar el esfuerzo actuante F_a producido por la carga y compararlo con el esfuerzo admisible F_a . Sin embargo si el elemento es relativamente largo, la falla no se produce por aplastamiento (lo que ocurre cuando $F_a = F_y$), sino que se presenta por pandeo.

Para ejecutar el fenómeno, tenemos una columna de longitud L , con sus extremos articulados y apliquemosle una carga axial de compresión.

Zona elástica. En el instante de la falla, se estará aplicando una carga P_{cr} ; es una carga de equilibrio, de suerte que un incremento por pequeño que sea producirá el colapso, dado que el momento secundario inducido por la excentricidad "y" tiende a incrementar las deformaciones lo que a su vez implica un mayor momento.

El valor del momento secundario M será:

$$M = P_{cr} \cdot y$$

Sabemos que $M = EI \cdot \frac{d^2 y}{dx^2}$

De donde $\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{P_{cr}}{EI} \cdot y = 0$

LLamando $\frac{P_{cr}}{EI} = k^2 \implies y'' + k^2 y = 0$

Ecuación

diferencial cuya solución es: $y = c_1 \sin kx + c_2 \cos kx$

cuando $x = 0, y = 0$ luego $C_2 = 0 \implies Y = C_1 \sin kx$

Cuando $x = L, y = 0$ luego $C_1 \sin kx = 0$

Si $C_1 = 0 \implies y = 0$ para cualquier x, solución que no nos interesa, luego

$\sin KL = 0. KL = \pi$ reemplazando el valor de $K = \frac{P_{cr}}{EI}$, tendremos:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

Al dividir por el área los dos términos de la ecuación, y recordando que $\sqrt{I/A} = r$ tendremos:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2}$$

Conocida como “Ecuación de Euler para pandeo Elástico”.

Es importante observar que de acuerdo con ésta ecuación el esfuerzo de falla F_{cr} no depende de la resistencia del material que conforma la columna, (no es función de F_y). Este hecho se confirma en la práctica en columnas cuya relación L/r está comprendida en el rango de validez de la ecuación. Por otra parte, de acuerdo con esta, el valor de F_{cr} podría ser muy alto, incluso infinito, lo cual no es cierto, pues antes se presenta la falla por aplastamiento (cuando $F_{cr} = F_y$).

En otras palabras, hay una zona de valores de L/r para los cuales la ecuación de Euler no es válida, ésta se conoce con el nombre de la zona inelástica, pero antes de entrar a estudiarla veamos la influencia de los apoyos en el comportamiento de las columnas. Tomemos una columna empotrada en sus extremos Fig. 40-a, matemáticamente se puede demostrar que los puntos de inflexión en la elástica están situados a una distancia igual a $L/4$ de cada extremo, lo cual permite establecer que en un tramo central igual a $L/2$, la columna se comporta como una columna articulada en los extremos. Para otros tipos de apoyos como los de las columnas de las figuras 40 (b) y (c) es posible establecer un valor K , llamado “Factor de longitud efectiva” tal que para una longitud KL el comportamiento del elemento sea comparable al de uno con extremos articulados, es así que en la figura 40-b, $k = 0$, y en la figura 40-c, $k = 2.0$.

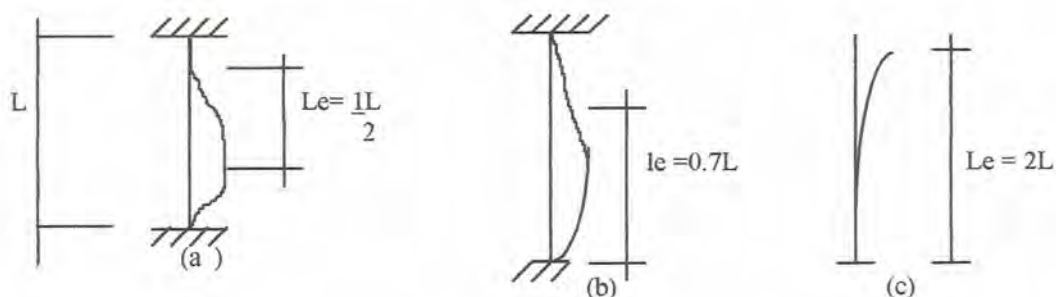


Figura 40. Influencia del tipo de apoyos en el comportamiento de las columnas.

Considerando este valor en la Ec. general, tendremos:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r^2)}$$

El término KL se conoce con el nombre de Longitud efectiva y $\frac{KL}{r}$ como relación de esbeltez.

Comportamiento de las columnas en la Zona Inelástica:

Veamos que de acuerdo con la ecuación de Euler las columnas con relación de esbeltez pequeña podrían resistir teóricamente esfuerzos muy altos.

Realmente, el esfuerzo de falla en ningún caso podrá ser mayor que F_y (falla por aplastamiento) la cual se presenta cuando KL/r tiende a cero. Entre KL/r cero, y un valor límite llamado C_c , se propone la utilización de una curva de transición (figura 41), generalmente de forma parabólica:

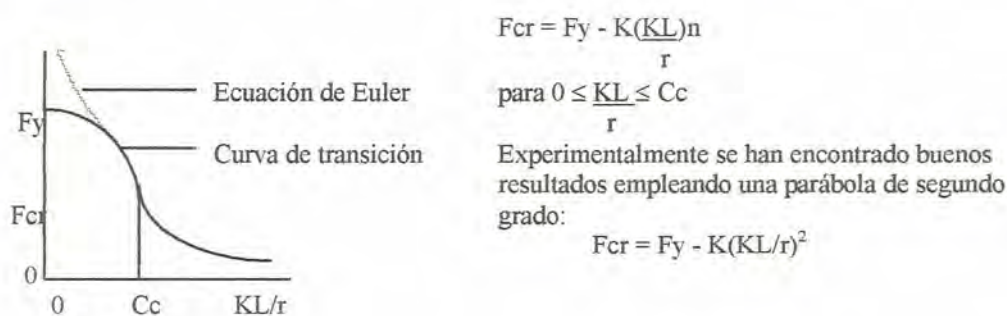


Figura 41.

Teniendo en cuenta que para $KL = C_c$, tanto los valores de F_{cr} como las pendientes (dy/dx) de las ecuaciones elásticas e inelástica deben ser iguales:

$$F_y - K(C_c)^2 = \frac{\pi^2 E}{C_c^2} \quad \text{y} \quad -2KC_c = -2 \frac{\pi^2 E}{C_c^3}$$

De donde: $K = F_y/2C_c^2$, $C_c = 2 \frac{\pi^2 E}{F_y}$, y

$$F_{cr} = \left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2} \right] F_y$$

Aplicando a las ecuaciones de F_{cr} un factor de seguridad se obtienen las ecuaciones de esfuerzos admisibles o de diseño.

$$F = \frac{\left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2} \right] F_y}{5/3 + 3/8 KL/r - 1/8 (KL/r)^3 / C_c^3} \quad 0 \leq \frac{KL}{r} \leq C_c$$

$$F_a = \frac{12\pi^2 E}{23 (KL/r)^2} \quad C_c \leq \frac{KL}{r} \leq 200$$

El factor de seguridad varía entre 1.67 y 1.92 en la zona inelástica y es constante en la zona elástica (1.92). La razón para este hecho, es que en las columnas de baja relación de esbeltez es menos importante la presencia de pequeñas excentricidades, mientras que a medida que la relación es mayor, la incidencia de este factor, así como de otras incertidumbres de diseño, son mayores, por lo cual se aumenta el factor de seguridad.

Por otra parte, los elementos solicitados por cargas de compresión, cuya relación de esbeltez es mayor de 200, tienen un comportamiento errático, por lo cual la norma restringe su uso; es decir, el valor máximo de la citada relación no debe exceder al valor límite de 200.

ANEXO

CRONOGRAMA POR SESION DE CLASE

DIA		CONTENIDO A DESARROLLAR EN LA CLASE	
FECHA	de de	TEMA 1 _____	

		# HORAS CLASE _____	
		BIBLIOGRAFIA	
		TITULO: _____	
AUTOR: _____		EDIC: _____	
CAPITULO: _____		A: _____	
PAGINA: _____		_____	
EVALUACION			

PROGRAMACION DEL TIEMPO DE CLASE POR SESION DE TRABAJO							
CONTEXTUALIZACION DEL TEMA	T.A.	DESARROLLO DE CONTENIDOS	T.B.	COMPRESION DEL CONTENIDO	T.B.	APLICACION DE CONOCIMIENTOS	T.C.
Evaluación Previa		Presentación y correlación		Debates y aclaraciones		Ejercicios	
Revisión Lectura		Del tema con la profesión		Reflexión y aplicación		Talleres, Simulaciones, etc.	
ESTRATEGIAS METODOLOGICAS				RECURSOS AUDIOVISUALES			
Phillips 66	<input type="checkbox"/>	Prácticas de campo	<input type="checkbox"/>	Esquemas cuadros	<input type="checkbox"/>	Audiovisuales	<input type="checkbox"/>
Visitas y excursiones	<input type="checkbox"/>	Demostración	<input type="checkbox"/>	Mapas, Dibujos	<input type="checkbox"/>	Cine	<input type="checkbox"/>
Seminario	<input type="checkbox"/>	Exposiciones	<input type="checkbox"/>	Carteles	<input type="checkbox"/>	Televisión	<input type="checkbox"/>
Panel	<input type="checkbox"/>	Cátedra magistral	<input type="checkbox"/>	Acetatos	<input type="checkbox"/>	Videos	<input type="checkbox"/>
Foro	<input type="checkbox"/>	Dramatización	<input type="checkbox"/>	Rotafolio	<input type="checkbox"/>	Paquetes didácticos	<input type="checkbox"/>
Mesa Redonda	<input type="checkbox"/>	Simulación	<input type="checkbox"/>	Guías de lectura	<input type="checkbox"/>	Software específico	<input type="checkbox"/>
Estudio de casos	<input type="checkbox"/>	Taller	<input type="checkbox"/>	Radio y Grabaciones	<input type="checkbox"/>	Hardware específico	<input type="checkbox"/>
				Ejercicios en tablero	<input type="checkbox"/>	Experiencia directa	<input type="checkbox"/>
				Ejercicios impresos	<input type="checkbox"/>		
				Filminas	<input type="checkbox"/>		